



2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES II MATEMÀTICAS II	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la via Científico-Tecnològica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
<b>Barem:</b> / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los cuatro problemas.			
CADA PROBLEMA SE PUNTUARÁ DE 0 A 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado. La suma de las puntuaciones más 0,1 será la calificación de esta prueba.			
Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).			

**EJERCICIO A**

**PROBLEMA 1** Considerar las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & -(m+1) \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) ¿Para qué valores reales de  $m$  es  $A$  inversible? Calcular la matriz  $A^{-1}$  (2 puntos).  
 b) En la anterior matriz  $A$  con  $m = 0$ , obtener la matriz real cuadrada  $X$  de orden 3 que satisface la igualdad  $B - AX = AB$  (1,3 puntos).

**PROBLEMA 2.** En una gran pradera se tiene que vallar una zona de  $400 \text{ m}^2$ , que debe tener forma de rectángulo. Cada metro de valla cuesta 100 euros. Si  $x$  es la medida en metros de uno de sus lados, se pide:

- a) Obtener razonadamente la función  $f$  tal que  $f(x)$  sea el coste de la valla, indicando entre qué valores puede variar  $x$  (1,3 puntos).  
 b) Deducir razonadamente el valor de  $x$  para el que la función  $f(x)$  alcanza el valor mínimo (2 puntos).

**PROBLEMA 3.** Las notas de Filosofía y de Literatura de los 7 alumnos de una clase, listadas por columnas, son:

Filosofía	3	6	7	5	8	4	8
Literatura	5	8	7	7	9	5	5

- a) Calcular el valor medio y la desviación típica de las notas de Filosofía y de las notas de Literatura (1,3 puntos).  
 b) Obtener el coeficiente de correlación entre las notas de Filosofía y de Literatura, explicando su significado (0,7 puntos).  
 c) Al prescindir de la última columna el coeficiente de correlación es 0,9. Explicar detalladamente por qué es mayor que el obtenido en el apartado b) (1,3 puntos).

**PROBLEMA 4.** En el espacio  $\mathbb{R}^3$ , se consideran el punto  $P = (3, 2, 3)$  y la recta  $r$  intersección de los planos de ecuaciones:  $x + 3y - 4z = 0$  y  $x + 2y - 2z = 1$ . Se pide determinar:

- a) La distancia  $d$  del punto  $P$  a la recta  $r$  (1,3 puntos).  
 b) Los puntos  $M$  y  $N$  de la recta  $r$  que cumplan que su distancia al punto  $P$  es  $\sqrt{5}d$  (1,3 puntos).  
 c) El área del triángulo de vértices  $P$ ,  $M$  y  $N$  (0,7 puntos).



<b>2n Exercici</b> 2º. Ejercicio	<b>MATEMÀTIQUES II</b> MATEMÁTICAS II	<b>Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut</b> Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	<b>90 minuts</b> 90 minutos
<b>Barem: / Baremo:</b> Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los cuatro problemas.			
CADA PROBLEMA SE PUNTUARÁ DE 0 A 3.3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado. La suma de las puntuaciones más 0.1 será la calificación de esta prueba.			
Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).			

### EJERCICIO B

**PROBLEMA 1.** Se consideran las matrices cuadradas reales de orden 2,  $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  y  $Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

Calcular: a) La matriz  $P^{-1}$  (1,1 puntos). b) La matriz real cuadrada  $X$  de orden 2, tal que  $P^{-1}XP = Q$  (1,1 puntos). c) La matriz  $(PQP^{-1})^2$  (1,1 puntos).

**PROBLEMA 2.** a) Representar la superficie  $S$  limitada entre el eje  $OX$  y la curva  $y = x^2 - 4$ , cuando  $-2 \leq x \leq 2$ . Obtener, razonadamente, mediante una integral el área de la superficie  $S$  (1,6 puntos).

b) Hallar el volumen del cuerpo generado al dar un giro completo alrededor del eje  $OX$  la superficie  $S$  considerada en el apartado anterior, indicando cómo se ha obtenido el volumen (1,7 puntos).

**PROBLEMA 3.** El peso medio de un grupo de 500 estudiantes es 68,5 kilos y la desviación típica, 10 kilos.

Suponiendo que los pesos siguen una distribución normal, se pide:

a) ¿Cuántos estudiantes pesan entre 48 y 71 kilos? (1 punto).

b) ¿Cuántos estudiantes pesan más de 91 kilos? (1 punto).

c) Se eligen 5 alumnos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 de ellos pesen más de 75 kilos? (1,3 puntos).

**PROBLEMA 4.** Sean  $\pi$  y  $\pi'$  los planos del espacio  $\mathbb{R}^3$ , determinados del modo siguiente:

El plano  $\pi$  pasa por los puntos  $(0, 2, 1)$ ,  $(3, -1, 1)$  y  $(1, -1, 5)$  y el plano  $\pi'$  pasa por los puntos  $(3, 0, 2)$ ,  $(2, 1, 1)$  y  $(5, 4, -2)$ . Se pide calcular:

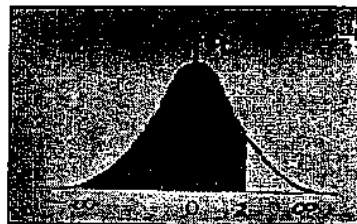
a) Una ecuación paramétrica de la recta  $r$  intersección de los planos  $\pi$  y  $\pi'$  (1,3 puntos).

b) El ángulo  $\alpha$  que forman los planos  $\pi$  y  $\pi'$  (0,7 puntos).

c) La ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y forma un ángulo de 90 grados con el plano  $\pi$  (1,3 puntos).



TABLA II / TAULA II



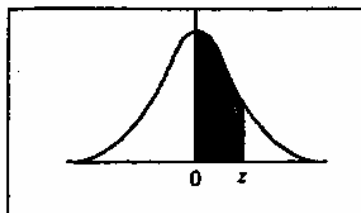
DISTRIBUCIÓN NORMAL / DISTRIBUCIÓ NORMAL

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7793	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8364	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8930
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9485	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9762	0,9767
2,0	0,9773	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9865	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9975	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9978	0,9979	0,9980	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Al sumar 0,5 a las probabilidades de la primera tabla, se obtienen las probabilidades de la segunda tabla  
 En sumar 0,5 a les probabilitats de la primera taula s'obtenen les probabilitats de la segona taula.



TABLA I / TAULA I



ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL

TIPIFICADA DE 0 A z / ÀREES SOTA LA CORBA NORMAL TIPIFICADA DE 0 A z.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2793	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3364	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4485	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4762	0,4767
2,0	0,4773	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4865	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4975	0,4975	0,4976	0,4977	0,4978	0,4978	0,4979	0,4980	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Las probabilidades dadas en cada tabla corresponden al área sombreada / Les probabilitats donades en cada taula corresponen a l'àrea ombrejada.