José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2006 CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): d'Humanitats i Ciències Socials
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): de Humanidades y Ciencias Sociales

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	**MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS** MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	**Obligatòria en la via de Ciències Socials i optativa en la d'Humanitats** Obligatoria en la vía de Ciencias Sociales y optativa en la de Humanidades	**90 minuts** 90 minutos

Barem: / Baremo: **Se eligirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que SÓLO se harán TRES de los cuatro problemas. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria)

EJERCICIO A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

PROBLEMA 1. Determina la matriz A que verifica la ecuación $AB + A = 2B^t$, donde $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y B^t representa la matriz transpuesta de B.

PROBLEMA 2. Una destilería produce dos tipos de whisky *blend* mezclando sólo dos maltas destiladas distintas, A y B. El primero tiene un 70% de malta A y se vende a 12 €/litro, mientras que el segundo tiene un 50% de dicha malta y se vende a 16 €/litro. La disponibilidad de las maltas A y B son 132 y 90 litros, respectivamente ¿Cuántos litros de cada whisky debe producir la destilería para maximizar sus ingresos, sabiendo que la demanda del segundo whisky nunca supera a la del primero en más del 80%? ¿Cuáles serían en este caso los ingresos de la destilería?.

PROBLEMA 3.

a) Determina el valor de a para que la siguiente función sea continua en $x = -1$:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a & x < -1 \\ ax + 2 & -1 \leq x < 1 \\ (2x-11)/(x-3) & x \geq 1 \end{cases}$$

b) Estudia la continuidad de la función anterior en el caso $a = 0$.

c) Halla la integral entre -2 y 2 de la función $f(x) = x^3 - 2$.

PROBLEMA 4. Un estudio revela que el 10% de los oyentes de radio sintoniza a diario las cadenas *Music* y *Rhythm*, que un 35% sintoniza a diario *Music* y que el 55% de los oyentes no escucha ninguna de las dos emisoras. Obtén:

a) La probabilidad de que un oyente elegido al azar sintonice la cadena *Rhythm*.

b) La probabilidad de que un oyente elegido al azar sintonice la cadena *Rhythm* pero no la *Music*.

c) La probabilidad de que un oyente, del que sabemos que escucha *Rhythm*, escuche *Music*.

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

SOLUCIÓN EXAMEN SELECTIVIDAD SEPTIEMBRE 2006 EJER. A

1

$B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad AB + A = 2B^t \Rightarrow A(B+I) = 2B^t \Rightarrow A = 2B^t(B+I)^{-1}$

$B + I = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow Adj(B+I)^t = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow (B+I)^{-1} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

$$A = 2B^t(B+I)^{-1} = 2\cdot\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\frac{1}{12}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \boxed{\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}}$$

2

x = "litros del wisky del tipo I"
y = "litros de wisky del tipo II"

Maximizar $f(x,y) = 12x + 16y$

Restricciones:
$$\left.\begin{array}{l} 0'7x + 0'5y \le 132 \\ 0'3x + 0'5y \le 90 \\ y \le 1'8x \\ x, y \ge 0 \end{array}\right\}$$

$0'7x + 0'5y = 132$

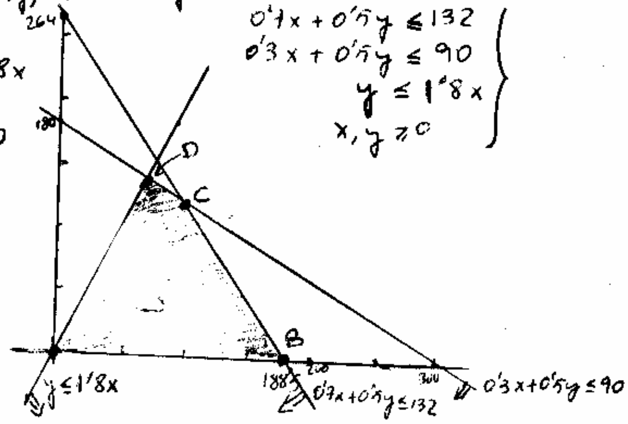
x	y
0	264
188'5	0

$0'3x + 0'5y = 90$

x	y
0	180
300	0

$y = 1'8x$

x	y
200	360
0	0
100	180



Cálculo del vértice C.

$$\begin{array}{l} 0'7x + 0'5y = 132 \\ 0'3x + 0'5y = 90 \\ \hline 0'4x = 42 \\ x = 105 \end{array} \qquad 0'3\cdot 105 + 0'5y = 90 \qquad y = \frac{90 - 31'5}{0'5} = 117$$

$C(105, 117)$

Cálculo del vértice D

$$\begin{array}{l} y = 1'8x \longrightarrow y = 1'8\cdot 75 = 135 \\ 0'3x + 0'5y = 90 \longrightarrow 0'3x + 0'9x = 90 \Rightarrow x = 75 \end{array} \qquad D(75, 135)$$

El beneficio en cada vértice es:

$B(188'5, 0) \Rightarrow f(188'5, 0) = 12\cdot 188'5 = 2262$ €
$C(105, 117) \Rightarrow f(105, 117) = 12\cdot 105 + 16\cdot 117 = 3132$ €
$D(75, 135) \Rightarrow f(75, 135) = 12\cdot 75 + 16\cdot 135 = 3060$ €

Debe producir 105 l. del wisky del tipo I y 117 l. del wisky del tipo II para que el beneficio sea máximo. El beneficio es de 3132 €

3

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a & \text{si } x < -1 \\ ax + 2 & \text{si } -1 \le x < 1 \\ (2x-11)/(x-3) & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$$

a) $\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1} (3x + a) = -3 + a$
$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1} (ax + 2) = -a + 2$
$\Rightarrow -3 + a = -a + 2$
$2a = 5$
$\boxed{a = \frac{5}{2}}$

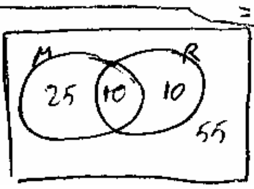
b) Si $a = 0$ es $f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x < -1 \\ 2 & \text{si } -1 \le x < 1 \\ \frac{2x-11}{x-3} & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$

Para $x = 3$ es $f(x)$ discontinua pues no existe $f(3)$
Para $x = -1$ es $f(x)$ discontinua pues los límites laterales no coinciden.
Para $x = 1$ es $f(x)$ discontinua pues los límites laterales no coinciden $\lim_{x \to 1^-} f(x) = 2$
$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{2\cdot 1 - 11}{1 - 3} = \frac{-9}{-2} = 4'5$

$\boxed{\text{Es } f(x) \text{ continua en } \mathbb{R} - \{-1, 1, 3\}}$

c) $\int_{-2}^{2} (x^3 - 2)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - 2x\right]_{-2}^{2} = \frac{2^4}{4} - 2\cdot 2 - \left(\frac{(-2)^4}{4} - 2(-2)\right) =$
$= 4 - 4 - (4 + 4) = \boxed{-4}$

4



a) P(sintonice Rhythm) $= \frac{20}{100} = \boxed{0'2}$
b) P(sintonice Rhythm pero no Music) $= \frac{10}{100} = \boxed{0'1}$
c) P(sintonice Music, sabiendo que escucha Rhythm) $= \frac{10}{20} = \boxed{0'5}$

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2006 CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): **d'Humanitats i Ciències Socials**
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): de Humanidades y Ciencias Sociales

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	**MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS** MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	**Obligatòria en la via de Ciències Socials i optativa en la d'Humanitats** Obligatoria en la vía de Ciencias Sociales y optativa en la de Humanidades	**90 minuts** 90 minutos

Barem: / Baremo: **Se eligirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que SÓLO se harán TRES de los cuatro problemas. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria)

EJERCICIO B

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

PROBLEMA 1. En el primer curso de bachillerato de un instituto hay matriculados un total de 65 alumnos divididos en tres grupos: A, B y C. Comen en el centro 42 de ellos, que corresponden a la mitad de los del grupo A, las cuatro quintas partes de los del B y las dos terceras partes de los del C. A una salida fuera del centro acudieron las tres cuartas partes de los alumnos del grupo A, todos los del B y las dos terceras partes de los del C, sumando en total 52 estudiantes. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo?

PROBLEMA 2. Dada la función $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$, se pide:

a) Dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Ecuación de sus asíntotas.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Máximos y mínimos relativos.

e) Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

PROBLEMA 3. El dinero en efectivo, en euros, de una oficina bancaria durante las seis horas que permanece la caja abierta al público viene dado por la expresión $C(t) = 2000-234t+27t^2$, siendo t el tiempo en horas transcurrido desde la apertura. Determina:

a) ¿En qué momento hay más dinero en efectivo y cuánto?

b) ¿En qué momento hay menos dinero en efectivo y cuánto?

Justifica que son máximo y mínimo, respectivamente.

PROBLEMA 4. Dados dos sucesos aleatorios independientes se sabe que la probabilidad de que ocurran los dos simultáneamente es 3/25 y la de que ocurra al menos uno de los dos es 17/25. Calcula la probabilidad de cada uno de los dos sucesos.

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

EXAMEN SEPTIEMBRE 2006 EJERCICIO B

1) x = "alumnos del grupo A"
y = "alumnos del grupo B"
z = "alumnos del grupo C"

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 65 \\ \frac{1}{2}x + \frac{4}{5}y + \frac{2}{3}z = 42 \\ \frac{3}{4}x + y + \frac{2}{3}z = 52 \end{array}\right\} \sim \left.\begin{array}{l} x + y + z = 65 \\ 15x + 24y + 20z = 1260 \\ 9x + 12y + 8z = 624 \end{array}\right\}$$

Sol. $\boxed{x = 24 \quad y = 20 \quad z = 21}$

2) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

a) Dominio de f: $\boxed{\mathbb{R}}$ pues $x^2+1 \neq 0$ siempre

Corte eje OX y OY $\boxed{(0,0)}$

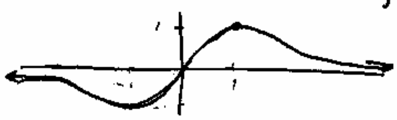
b) As. horizontal $\boxed{y=0}$ $\lim_{x\to\infty} \frac{2x}{x^2+1} = 0$. As. Verticales no hay pues $Dom(f) = \mathbb{R}$

c) $f'(x) = \frac{2(x^2+1) - 2x\,2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$ $\quad -2x^2+2=0 \longrightarrow x = \pm 1$

Es creciente cuando $x \in]-1, 1[$
Es decreciente cuando $x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$

d) máximo relativo en $x=1$. $(1, 1)$
Mínimo relativo en $x=-1$ $(-1,-1)$

e)

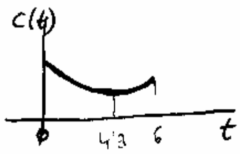


3) $C(t) = 2000 - 234t + 27t^2$ $\quad C'(t) = -234 + 54t$ $\quad C''(t) = -234 < 0$

$-234 + 54t = 0$

$t = \frac{234}{54} = 4'\overline{3}$

$c(0) = 2000$
$c(6) = 1568$
$c(4'\overline{3}) = 1493$



Para $t \in [0, 6]$, el máximo es $c(0) = 2000$ €
y el mínimo es $c(4'\overline{3}) = 1493$ €
Máximo para $t=0$ y mínimo cuando t: 4h 20 min.

4) $P(A \cap B) = \frac{3}{25}$ Por ser independientes es $P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{25}$

$P(A \cup B) = \frac{17}{25} \longrightarrow P(A) + P(B) - \frac{3}{25} = \frac{17}{25}$

$$\left.\begin{array}{l} P(A)\cdot P(B) = \frac{3}{25} \\ P(A)+P(B)-\frac{3}{25} = \frac{17}{25} \end{array}\right\} \sim \left.\begin{array}{l} P(A)\cdot P(B) = \frac{3}{25} \\ P(A)+P(B) = \frac{20}{25} \end{array}\right\} \sim$$

$$P(A)\cdot\left(\frac{20}{25} - P(A)\right) = \frac{3}{25} \Rightarrow -P^2(A) + \frac{20}{25}P(A) - \frac{3}{25} = 0 \Rightarrow -25P^2(A) + 20P(A) - 3 = 0$$

$$P(A) = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4(-25)\cdot(-3)}}{2\cdot(-25)} = \frac{-20 \pm 10}{-50} = \begin{cases} 1/5 \\ 3/5 \end{cases}$$

Si $P(A) = \frac{1}{5} \Rightarrow P(B) = \frac{20}{25} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

Si $P(A) = \frac{3}{5} \Rightarrow P(B) = \frac{20}{25} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

Soluciones $\boxed{P(A) = \frac{1}{5} \quad P(B) = \frac{3}{5}}$ ó $\boxed{P(A) = \frac{3}{5} \quad P(B) = \frac{1}{5}}$