SOLUCIONES PRUEBA DE SELECTIVIDAD SEPTIEMBRE 2004 EJERCICIO A

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

① $AX-B=3X \Rightarrow (A-3I)X=B \Rightarrow X=(A-3I)^{-1}\cdot B = \frac{-1}{5}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&2&-3\\9&4&-6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix} = -\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}2\\-9\\-28\end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix}-2/5\\9/5\\28/5\end{pmatrix}}$

$A-3I=\begin{pmatrix}3&2&-1\\3&0&1\\2&1&3\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2&-1\\3&-3&1\\2&1&0\end{pmatrix}$

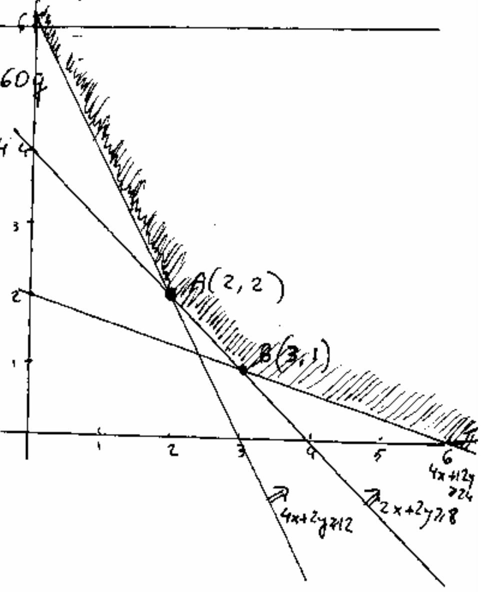
Calculemos su inversa:

$\begin{vmatrix}0&2&-1\\3&-3&1\\2&1&0\end{vmatrix}=4-3-6=-5$ $\quad Adj\begin{pmatrix}0&3&2\\2&-3&1\\-1&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&2&-3\\9&4&-6\end{pmatrix} \Rightarrow (A-3I)^{-1}=\frac{1}{-5}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&2&-3\\9&4&-6\end{pmatrix}$

---

② x:"nº de días que trabaja el 1er taller"
y:"nº de días que trabaja el 2º taller"

Minimizar coste diario $f(x,y)=720x+960y$



Restricciones
$$\left.\begin{array}{l}4x+2y\geq 12\\2x+2y\geq 8\\4x+12y\geq 24\\x\geq 0\\y\geq 0\end{array}\right\}$$

$4x+2y=12$

x	y
0	6
3	0

$2x+2y=8$

x	y
0	4
4	0

$4x+12y=24$

x	y
0	2
6	0

El vértice A $\left.\begin{array}{l}4x+2y=12\\2x+2y=8\end{array}\right\}$ $\quad 2x=4$, $x=2$ $\longrightarrow 2\cdot2+2y=8$, $y=2$ $\Big\}$ $A(2,2)$

El vértice B $\left.\begin{array}{l}2x+2y=8\\4x+12y=24\end{array}\right\} \sim \left.\begin{array}{l}2x+2y=8\\2x+6y=12\end{array}\right\}$ $\quad 4y=4$, $y=1$ $\longrightarrow 2x+2\cdot1=8$, $x=3$ $\Big\}$ $B(3,1)$

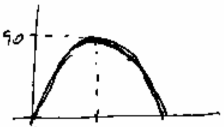
El coste en cada vértice de la región factible no acotada es

$f(6,0)=720\cdot6=4320$
$f(3,1)=720.3+960.1=3120$
$f(2,2)=720.2+960.2=3360$
$f(0,6)=960.6=5760$

Solución: Debe trabajar 3 días en el 1er taller y 1 día en el 2º para que el coste sea mínimo, siendo de 3120 €/día. Del producto A fabricaría 4.3+2.1=14 unidades, luego quedarían 2 archivadores A en los talleres.

---

③ $c(t)=60t-10t^2$. Representamos la función



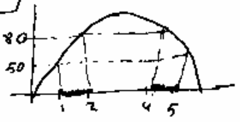
$C(3)=60.3-10.3^2=90$

$c'(t)=60-20t$ $\quad 60-20t=0$
$c''(t)=-20<0$ $\quad t=3$

a) Para $t=3$ es $\left.\begin{array}{l}C'(3)=0\\C''(3)=-20<0\end{array}\right\} \Rightarrow$ Cuando t=3, es decir, a las 11 de la noche, el nº de clientes es máximo, siendo entonces de 90 clientes.

b) $60t-10t^2=50 \rightarrow 10t^2-60t+50=0 \rightarrow t^2-6t+5=0 \rightarrow t=\frac{6\pm\sqrt{36-20}}{2}=\frac{6\pm4}{2}=\begin{cases}1\\5\end{cases}$

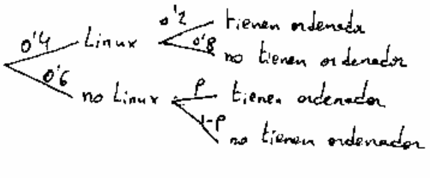
$60t-10t^2=80 \rightarrow 10t^2-60t+80=0 \rightarrow t^2-6t+8=0 \rightarrow t=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\frac{6\pm2}{2}=\begin{cases}2\\4\end{cases}$



Solución: Debe ir entre las 9 y 10 de la noche o entre las 12 y la 1 de la madrugada

---

④



Sabemos que $P(\text{no linux, tienen ordenador})=0'1 \Rightarrow 0'6\cdot p=0'1 \Rightarrow p=\frac{1}{6}$

a) $P(\text{linux, ordenador en casa})=0'4\cdot0'2=\boxed{0'08}$

b) $P(\text{tiene ordenador}) \overset{\text{prob Total}}{=} 0'4\cdot0'2+0'6\cdot\frac{1}{6}=\boxed{0'18}$

c) $P\left(\text{linux}/\text{tiene ord}\right)=\frac{P(\text{linux, tiene ord})}{P(\text{tiene ord.})}=\frac{0'4\cdot0'2}{0'4\cdot0'2+0'6\cdot\frac{1}{6}}=\boxed{0'\overset{\frown}{4}}$

SOLUCIONES PRUEBA DE SELECTIVIDAD · SEPTIEMBRE 2004 EJERCICIO B

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

① x: "dinero que paga el padre"
y: "dinero que paga el hermano mayor"
z: "dinero que paga el hermano menor"

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=100 \\ x=3(y+z) \\ 2\cdot y=3\cdot z \end{array}\right\} \sim \left.\begin{array}{r} (-1)\ \textcircled{x}+y+z=100 \\ x-3y-3z=0 \\ 2y-3z=0 \end{array}\right\} \sim$$

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=100 \\ (2)\ -4y-4z=-100 \\ \textcircled{2y}-3z=0 \end{array}\right\} \sim \begin{array}{r} x+y+z=100 \\ 2y-3z=0 \\ -10z=-100 \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow x+15+10=100 \Rightarrow x=75 \\ \longrightarrow 2y-3.10=0 \Rightarrow y=15 \\ \longrightarrow z=10 \end{array}$$

Sol: $\boxed{\begin{array}{l} x=75\ € \text{ el padre} \\ y=15\ € \text{ el her. mayor} \\ z=10\ € \text{ el her menor} \end{array}}$

---

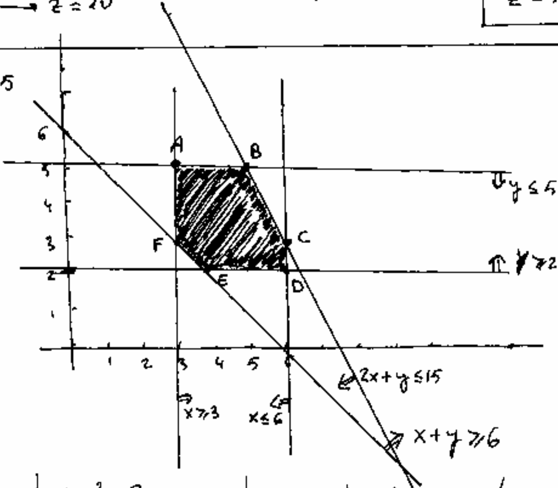
② $\left.\begin{array}{r} x+y\geq 6 \\ 2x+y\leq 15 \\ 3\leq x\leq 6 \\ 2\leq y\leq 5 \end{array}\right\}$

$x+y=6$

x	y
0	6
6	0

$2x+y=15$

x	y
0	15
7'5	0
6	3
3	9



Hay 6 vértices:

A(3,5)

B → $\begin{array}{l} y=5 \\ 2x+y=15 \end{array} \begin{array}{l} \to y=5 \\ \to x=5 \end{array}$ B(5,5)

C → $\begin{array}{l} x=6 \\ 2x+y=15 \end{array} \begin{array}{l} \to x=6 \\ \to y=3 \end{array}$ C(6,3)

D(6,2)

E → $\begin{array}{l} y=2 \\ x+y=6 \end{array} \begin{array}{l} \to y=2 \\ \to x=4 \end{array}$ E(4,2)

F → $\begin{array}{l} x=3 \\ x+y=6 \end{array} \begin{array}{l} \to x=3 \\ \to y=3 \end{array}$ F(3,3)

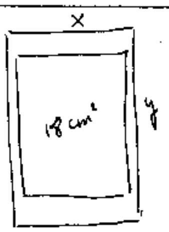
Calculemos el valor de $z=3x+2y$ en cada uno de los 6 vértices

A(3,5) ⟶ $z=3\cdot 3+2\cdot 5=19$
B(5,5) ⟶ $z=3\cdot 5+2\cdot 5=25$
C(6,3) ⟶ $z=3\cdot 6+2\cdot 3=24$
D(6,2) ⟶ $z=3\cdot 6+2\cdot 2=22$
E(4,2) ⟶ $z=3\cdot 4+2\cdot 2=16$
F(3,3) ⟶ $z=3\cdot 3+2\cdot 3=15$

Sol: $\boxed{\begin{array}{l} \text{El máximo es 25 y se obtiene en el punto B(5,5)} \\ \text{El mínimo es 15 y se obtiene en el punto F(3,3)} \end{array}}$

---

③



Minimizar $f(x,y)=x\cdot y$ con la restricción $(y-4)\cdot(x-2)=18 \Rightarrow y=\frac{18}{x-2}+4$

$$f(x)=x\cdot\left(\frac{18}{x-2}+4\right) \Rightarrow f(x)=\frac{18x}{x-2}+4x$$

$$f'(x)=\frac{18(x-2)-18x}{(x-2)^2}+4=\frac{-36}{(x-2)^2}+4 \Longrightarrow \frac{-36}{(x-2)^2}+4=0 \Longrightarrow -36+4(x-2)^2=0$$

$$\Longrightarrow -36+4\left(x^2-4x+4\right)=0 \Longrightarrow 4x^2-16x-20=0 \Rightarrow x^2-4x-5=0$$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+4\cdot 5}}{2}=\frac{4\pm 6}{2}=\begin{cases}\textcircled{5} \\ -1 \text{ (no válida)}\end{cases}$$

Si estudiamos el comportamiento de $f'(x)$ alrededor de $x=5$ observamos que

$$\underbrace{f'(x)<0 \qquad f'(x)>0}_{5}$$

$$f'(4)=\frac{-36}{(4-2)^2}+4=\frac{-36}{4}+4=-5<0$$

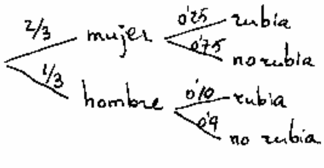
$$f'(6)=\frac{-36}{(6-2)^2}+4=\frac{-36}{16}+4>0$$

luego en $x=5$ es $f(x)$ mínimo.

Solución $\boxed{\begin{array}{l} x=5 \text{ cm} \\ y=\frac{18}{5-2}+4=10 \text{ cm} \end{array}}$

---

④



a) $P\left(\text{mujer}/\text{rubia}\right)=\frac{P(\text{mujer, rubia})}{P(\text{rubia})}=\frac{\frac{2}{3}\cdot 0'25}{\frac{2}{3}\cdot 0'25+\frac{1}{3}\cdot 0'1}=\boxed{0'8\widehat{3}}$

Tª de Bayes

b) $P(\text{hombre, no rubio})=\frac{1}{3}\cdot 0'9=\boxed{0'3}$