José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

EXAMEN DE SELECTIVIDAD JUNIO 2006 Ejercicio A

EJERCICIO A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

PROBLEMA 1. Tres constructoras invierten en la compra de terrenos de la siguiente forma: la primera invirtió medio millón de euros en terreno urbano, 250.000 euros en terreno industrial y 250.000 euros en terreno rústico. La segunda, invirtió 125.000, 250.000 y 125.000 euros en terreno urbano, industrial y rústico, respectivamente, y la tercera, 100.000, 100.000 y 200.000 euros en estos mismos tipos de terreno, respectivamente. Transcurrido un año, venden todos los terrenos. La rentabilidad que obtiene la primera constructora es del 13,75%, la de la segunda del 11,25% y, finalmente, la de la tercera es del 10%. Determina la rentabilidad de cada uno de los tipos de terreno por separado.

PROBLEMA 2. Dada la función $y = x^3 + x^2 - 5x + 3$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Máximos y mínimos locales.

d) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

PROBLEMA 3. Los beneficios anuales $B(x)$, en miles de euros, previstos por una empresa para los próximos años vienen dados por la siguiente función, donde x representa el número de años a partir del actual:

$$B(x) = \frac{25x}{x^2+16} \quad .$$

a) ¿Cuántos años han de transcurrir para que la empresa obtenga el máximo beneficio y cuál es el valor de dicho beneficio? Justifica que es máximo.

b) ¿Puede esta empresa tener pérdidas algún año? ¿Por qué?

PROBLEMA 4. Sean A y B dos sucesos tales que $P(A \cup B) = 0,9$; $P(\overline{A}) = 0,4$, donde $\overline{A}$ denota el suceso contrario o complementario del suceso A, y $P(A \cap B) = 0,2$. Calcula las probabilidades siguientes: $P(B)$, $P(A|B)$ $P(A \cap \overline{B})$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

EXAMEN SELECTIVIDAD JUNIO 2006 Ejercicio A

1

x: "rentabilidad del terreno urbano"
y: "rentabilidad del terreno industrial"
z: "rentabilidad del terreno rústico"

$$\left.\begin{array}{l} 500000x + 250000y + 250000z = 0'1375\cdot(500000+250000+250000) \\ 125000x + 250000y + 125000z = 0'1125\cdot(125000+250000+125000) \\ 100000x + 100000y + 200000z = 0'1\cdot(100000+100000+200000) \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 500000x + 250000y + 250000z = 137500 \\ 125000x + 250000y + 125000z = 56250 \\ 100000x + 100000y + 200000z = 40000 \end{array}\right\}$$

Resolviendo el sistema por Gauss o Cramer tenemos la solución $x = \frac{1}{5} = 0'2$, $y = \frac{1}{10} = 0'1$, $z = \frac{1}{20} = 0'05$

Solución: $\boxed{\begin{array}{l}\text{Rentabilidad del terreno urbano: } 20\% \\ \text{Rentabilidad del terreno industrial: } 10\% \\ \text{Rentabilidad de terreno rústico: } 5\%\end{array}}$

---

2 $y = x^3+x^2-5x+3$

a) $Dom(f)=\mathbb{R}$. Corte eje OY: $(0,3)$. Cortes eje OX: $(1,0)$, $(-3,0)$

$x^3+x^2-5x+3=0$
$(x-1)^2(x+3)=0$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -5 & 3 \\ 1 & & 1 & 2 & -3 \\ \hline & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & & 1 & 3 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \end{array}$$

b) $y' = 3x^2+2x-5$

$3x^2+2x-5=0 \rightarrow (x-1)(3x+5)=0$; $x=1$; $x=-\frac{5}{3}$

$$\begin{array}{r|rrr} & 3 & 2 & -5 \\ 1 & & 3 & 5 \\ \hline & 3 & 5 & 0 \end{array}$$

$-\frac{5}{3}$ 1

$y'(-2)>0$ $y'(0)<0$ $y'(2)>0$

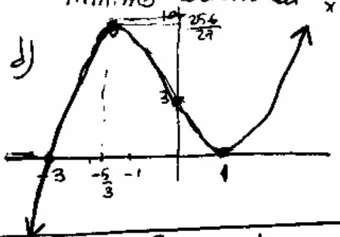
$\boxed{\text{Crece para } x\in\left]-\infty,-\frac{5}{3}\right[\cup \left]1,+\infty\right[\quad \text{Decrece para } x\in\left]-\frac{5}{3},1\right[}$

c) Máximo relativo en $x=-\frac{5}{3}$. $\boxed{\text{El máximo local es } \left(-\frac{5}{3},\frac{256}{27}\right)}$

$y\left(-\frac{5}{3}\right) = \left(-\frac{5}{3}\right)^3+\left(-\frac{5}{3}\right)^2-5\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)+3 = \frac{256}{27} \simeq 9'48$

Mínimo relativo en $x=1$. $\boxed{\text{El mínimo local es } (1,0)}$

d)



---

3 $B(x) = \frac{25x}{x^2+16}$ Una gráfica aproximada de la función nos permitirá responder las preguntas

$B'(x) = \frac{25(x^2+16)-25x\cdot 2x}{(x^2+16)^2} = \frac{-25x^2+400}{(x^2+16)^2}$

$B'(x)=0 \Leftrightarrow -25x^2+400=0 \Rightarrow x=\pm 4$

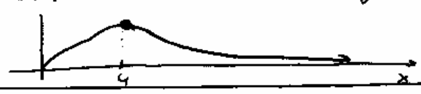
-4 4

$B'(-5)<0$ $B'(0)>0$ $B'(5)<0$

observamos que para $x\geq 0$ es creciente en $[0,4[$ y decreciente en $]4,+\infty[$, luego presenta un máximo absoluto en $x=4$ (4 años) siendo el beneficio $B(4)=3'125$ miles de euros

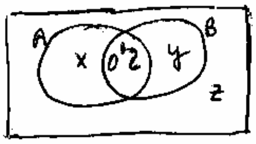
b) Es $\lim_{x\to\infty} B(x) = \lim_{x\to+\infty}\frac{25x}{x^2+16} = 0$, siendo $B(x)>0$ cuando $x>0$, luego no hay pérdidas

Su gráfica aproximada para $x>0$ es



---

4 $P(A\cup B)=0'9$ $P(\bar{B})=0'4$ $P(A\cap B)=0'2$



$$\left.\begin{array}{l} x+0'2+y+z=1 \\ x+0'2+y=0'9 \\ y+z=0'4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow x+0'2+0'4=1 \rightarrow x=0'4 \\ \rightarrow 0'4+0'2+y=0'9 \rightarrow y=0'3 \\ \rightarrow 0'3+z=0'4 \rightarrow z=0'1 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} P(B)=0'2+0'3=0'5 \\ P(A/B)=\frac{0'2}{0'5}=0'4 \\ P(A\cap\bar{B})=0'4 \\ P(\bar{A}\cup\bar{B})=P(\overline{A\cap B})=0'8 \end{array}}$$

EXAMEN DE SELECTIVIDAD JUNIO 2006 Ejercicio B

EJERCICIO B

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

PROBLEMA 1. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales utilizando el método de Cramer:

$$\left.\begin{array}{rrrcr} x & +y & -2z & = & -6 \\ x & & +z & = & 5 \\ 2x & -y & & = & 11 \end{array}\right\}$$

PROBLEMA 2. Una refinería de petróleo adquiere dos tipos de crudo, ligero y pesado, a un precio de 70 y 65 euros por barril, respectivamente. Con cada barril de crudo ligero la refinería produce 0,3 barriles de gasolina 95, 0,4 barriles de gasolina 98 y 0,2 barriles de gasoil. Asimismo, con cada barril de crudo pesado produce 0,1, 0,2 y 0,5 barriles de cada uno de estos tres productos, respectivamente. La refinería debe suministrar al menos 26.300 barriles de gasolina 95, 40.600 barriles de gasolina 98 y 29.500 barriles de gasoil. Determina cuántos barriles de cada tipo de crudo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades de producción con un coste mínimo y calcula éste.

PROBLEMA 3.

a) Estudia la continuidad en el intervalo [-3, 3] de la función:

$$f(x)=\begin{cases} 3x+10 & -3\le x<-2 \\ x^2 & -2\le x<1 \\ (x+3)/2 & 1\le x\le 3 \end{cases}$$

b) Halla la integral entre 2 y 3 de la función $f(x)=2x^3-3x+2$.

PROBLEMA 4. El volumen de producción diario en tres fábricas diferentes de una misma empresa es de 1.000 unidades en la primera fábrica, 1.500 unidades en la segunda y 2.500 en la tercera. Por ciertos desajustes, algunas unidades salen defectuosas. En concreto, lo son el 1% de las unidades producidas en las dos primeras fábricas y el 3% de las producidas en la tercera.

a) ¿Qué proporción de unidades fabricadas son correctas?

b) Si se tiene una unidad defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en la tercera fábrica?

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

EXAMEN SELECTIVIDAD JUNIO 2006 Ejercicio B

1

$$\left.\begin{array}{l} x+y-2z=-6 \\ x \quad\;\; +z=5 \\ 2x-y \quad\;\; =11 \end{array}\right\}$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix}-6 & 1 & -2\\ 5 & 0 & 1\\ 11 & -1 & 0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1 & -2\\ 1 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}}=\frac{11+10-6}{2+2+1}=\frac{15}{5}=3 \qquad y=\frac{\begin{vmatrix}1 & -6 & -2\\ 1 & 5 & 1\\ 2 & 11 & 0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1 & -2\\ 1 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}}=\frac{-12-22+20-11}{5}=\frac{-35}{5}=-7$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1 & -6\\ 1 & 0 & 5\\ 2 & -1 & 11\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1 & -2\\ 1 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}}=\frac{10+6-11+5}{5}=\frac{10}{5}=2 \qquad \text{Solución: } \boxed{\begin{array}{l}x=3\\ y=-7\\ z=2\end{array}}$$

---

2 x = "nº barriles de crudo ligero"
y = "nº barriles de crudo pesado"

minimizar coste $f(x,y)=70x+65y$

Restricciones:
$$\left.\begin{array}{l} 0'3x+0'1y \geq 26300 \\ 0'4x+0'2y \geq 40600 \\ 0'2x+0'5y \geq 29500 \\ x, y \geq 0 \end{array}\right\}$$

$0'3x+0'1y=26300$

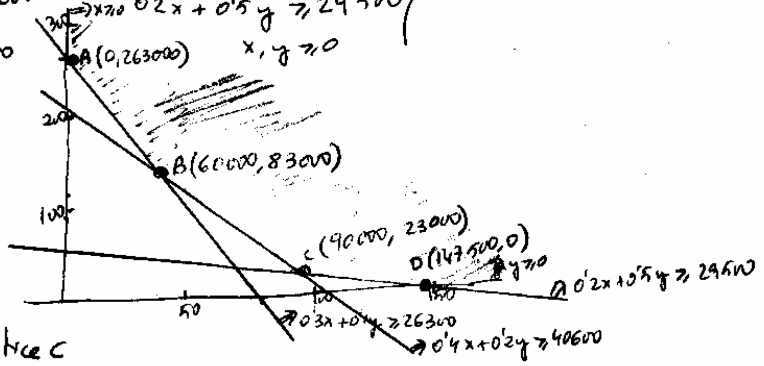
x	y
0	263000
87666'6	0

$0'4x+0'2y=40600$

x	y
0	203000
101500	0

$0'2x+0'5y=29500$

x	y
0	59000
147500	0



Cálculo del vértice B

$$(-2)\ \left.\begin{array}{l} 0'3x+0'1y=26300 \\ 0'4x+0'2y=40600 \end{array}\right\}$$
$$-0'2x=-12000$$
$$x=60000$$
$$y=83000$$

Cálculo del vértice C

$$(-2)\ \left.\begin{array}{l} 0'4x+0'2y=40600 \\ 0'2x+0'5y=29500 \end{array}\right\}$$
$$-0'8y=-18400$$
$$y=23000$$
$$x=90000$$

El coste en cada vértice

$A \to f(0,263)=17095$ miles de euros
$B \to f(60,83)=9595$ miles de euros
$C \to f(90,23)=7795$ miles de euros
$D \to f(147'5,0)=10325$ miles de euros

Solución:
Debe comprar 90000 barriles de crudo ligero y 23000 barriles de crudo pesado para que el coste sea mínimo. El coste es 7795000 €

---

3 a) $f(x)=\begin{cases} 3x+10 & \text{si} \quad -3\leq x\leq -2 \\ x^2 & \text{si} \quad -2\leq x<1 \\ \frac{x+3}{2} & \text{si} \quad 1\leq x\leq 3 \end{cases}$

Es $f(x)$ continua para $x\in[-3,3]$ distinto de -2 y 1 pues son funciones polinómicas.

En $x=-2$ $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^-}(3x+10)=4 \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} x^2=4 \\ f(-2)=4\end{array}\right\} \Rightarrow$ Es continua en $x=-2$

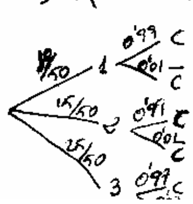
En $x=1$ $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^-} x^2=1 \\ \lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x+3}{2}=2\end{array}\right\} \Rightarrow$ Es discontinua en $x=1$

Solución. Es $f(x)$ continua en el intervalo $[-3,3]$ salvo en $x=1$

b) $$\int_2^3 (2x^3-3x+2)\,dx=\left[2\frac{x^4}{4}-3\frac{x^2}{2}+2x\right]_2^3=\frac{3^4}{2}-\frac{3\cdot 3^2}{2}+2\cdot 3-\left(\frac{2^4}{2}-\frac{3\cdot 2^2}{2}+2\cdot 2\right)=\boxed{27}$$

---

4 a) $P(\text{correcta})=0'99\cdot\frac{1000}{5000}+0'99\cdot\frac{1500}{5000}+0'97\cdot\frac{2500}{5000}=0'98 \Rightarrow$ El 98% de la producción es correcta



b) $$P(3/\bar{C})=\frac{P(3\cap\bar{C})}{P(\bar{C})}=\frac{\frac{25}{50}\cdot 0'03}{\frac{10}{50}\cdot 0'01+\frac{15}{50}\cdot 0'01+\frac{25}{50}\cdot 0'03}=\frac{0'015}{0'02}=\boxed{0'75}$$