José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

SELECTIVIDAD JUNIO 2005 Matemáticas Aplicadas a las CCSS II Ejercicio A

EJERCICIO A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

PROBLEMA 1. Elena, Pedro y Juan colocan diariamente hojas de propaganda sobre los parabrisas de los coches aparcados en la calle. Pedro reparte siempre el 20% del total de la propaganda, Juan reparte 100 hojas más que Elena y entre Pedro y Elena colocan 850 hojas en los parabrisas. Plantear un sistema de ecuaciones que permita averiguar cuántas hojas reparten, respectivamente, Elena, Pedro y Juan y calcular estos valores.

PROBLEMA 2. Las necesidades vitamínicas diarias de una persona son de un mínimo de 36 mgr. de vitamina A, 28 mgr. de vitamina C y 34 mgr. de vitamina D. Estas necesidades se cubren tomando pastillas de la marca *Energic* y de la marca *Vigor*. Cada pastilla de la marca *Energic* cuesta 0,03 € y proporciona 2 mgr. de vitamina A, 2 mgr. de vitamina C y 8 mgr. de vitamina D. Cada pastilla de la marca *Vigor* cuesta 0,04 € y proporciona 3 mgr. de vitamina A, 2 mgr. de vitamina C y 2 mgr. de vitamina D. ¿Cuántas pastillas de cada marca se han de tomar diariamente si se desean cubrir las necesidades vitamínicas básicas con el menor coste posible? Determinar dicho coste.

PROBLEMA 3. Se estima que los beneficios mensuales de una fábrica de golosinas, en miles de euros, vienen dados por la función $f(x) = -0{,}1x^2 + 2{,}5x - 10$, cuando se venden x toneladas de producto. Se pide:

d) Calcular la cantidad de toneladas que se ha de vender para obtener el beneficio máximo y calcular éste. Justificar que es máximo.

e) La cantidad mínima que se ha de vender para no tener pérdidas.

f) ¿Qué cantidad produce el máximo beneficio por tonelada vendida? Calcular el máximo beneficio y justificar que es máximo.

PROBLEMA 4. Sean A y B dos sucesos con $P(A) = 0{,}5$; $P(B)=0{,}3$ y $P(A\cap B)=0{,}1$. Calcular las probabilidades siguientes: $P(A\cup B)$, $P(A|B)$, $P(A|\ A\cap B)$ y $P(A|\ A\cup B)$.

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

EXAMEN SELECTIVIDAD JUNIO 2005 EJERCICIO A

(1) x = "hojas que reparte Elena"
y = " " Pedro"
z = " " Juan"

$y = 0'2(x+y+z)$, $z = x+100$, $x+y=850$ $\sim$ $0'2x - 0'8y + 0'2z = 0$, $x - z = -100$, $x + y = 850$

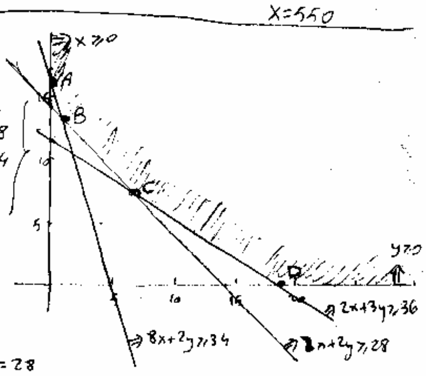
$z = x+100$, $y = 850 - x$ $\to$ $0'2x - 0'8(850-x) + 0'2(x+100) = 0$ $\Downarrow$ $1'2x - 660 = 0$, $x = 550$

Solución $\boxed{x = 550 \text{ hojas},\ y = 300 \text{ hojas},\ z = 650 \text{ hojas}}$

(2) x: "nº pastillas Energic"
y = nº pastillas Vigor"

Minimizar $z = 0'03x + 0'04y$

Restricciones $2x + 3y \geq 36$, $2x + 2y \geq 28$, $8x + 2y \geq 34$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



$2x+3y=36$

x	y
0	12
18	0

$2x+2y=28$

x	y
0	14
14	0

$8x+2y=34$

x	y
0	17
4'25	0

Cálculo de los vértices A(0,17) D(18,0)

B
$8x+2y=34$
$2x+2y=28$ $\to$ $y = \frac{28-2\cdot 1}{2} = 13$
$6x = 6$
$x = 1$
$\Rightarrow$ B(1,13)

Cálculo de C C(6,8)
$2x+2y=28$ $\to$ $2x+2\cdot 8 = 28$
$2x+3y=36$
$y = 8$ $x=6$

Los costes en cada vértice son: $A(0,17) \Rightarrow z = 0'03\cdot 0 + 0'04\cdot 17 = 0'68$ €

$B(1,13) \Rightarrow z = 0'03\cdot 1 + 0'04\cdot 13 = 0'55$ €

$C(6,8) \Rightarrow z = 0'03\cdot 6 + 0'04\cdot 8 = 0'5$ €

$D(18,0) \Rightarrow z = 0'03\cdot 18 + 0'04\cdot 0 = 0'54$ €

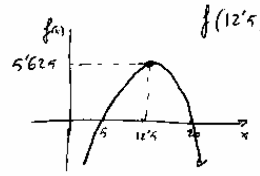
Solución: $\boxed{\text{Tomando 6 pastillas Energic y 8 pastillas Vigor cumple las necesidades y el coste es mínimo: } 0'50 \text{ €}}$

(3) $f(x) = -0'1x^2 + 2'5x - 10$ (x: Tm del producto, y: beneficio en miles de €)

a) $f'(x) = -0'2x + 2'5$ $\quad -0'2x + 2'5 = 0 \Rightarrow x = 12'5$
$f''(x) = -0'2 < 0$
$f(12'5) = -0'1\cdot 12'5^2 + 2'5\cdot 12'5 - 10 = 5'625$

En la gráfica observamos que el máximo beneficio se obtiene cuando se venden 5'625 Tm de golosinas siendo el beneficio de 5'625 miles de euros.

b) $-0'1x^2 + 2'5x - 10 = 0$
$x^2 - 25x + 100 = 0$
$x = \frac{25 \pm \sqrt{(-25)^2 - 4\cdot 1\cdot 100}}{2} = \frac{25 \pm 15}{2} = \begin{cases} 5 \\ 20 \end{cases}$



Debe vender al menos 5 Tm y no más de 20 Tm para no tener pérdidas

c) La función que nos da el beneficio por tonelada vendida es $B(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{-0'1x^2 + 2'5x - 10}{x}$

$$B'(x) = \frac{(-0'2x + 2'5)\cdot x - (-0'1x^2 + 2'5x - 10)}{x^2} = \frac{-0'2x^2 + 2'5x + 0'1x^2 - 2'5x + 10}{x^2} = \frac{-0'1x^2 + 10}{x^2}$$

$$\frac{-0'1x^2 + 10}{x^2} = 0 \Leftrightarrow -0'1x^2 + 10 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{10}{0'1} \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm 10$$

$\nearrow \quad 10 \quad \searrow$

Alrededor de x = 10 la función B(x) pasa de crecer a decrecer, luego en x = 10, B(x) presenta un máximo.

$B'(9) = \frac{-0'1\cdot 9^2 + 10}{9^2} > 0$ $\quad B'(11) = \frac{-0'1\cdot 11^2 + 10}{11^2} < 0$

Solución $x = 10$ Tm

$$B(10) = \frac{-0'1\cdot 10^2 + 2'5\cdot 10 - 10}{10} = 0'5 \text{ miles de euro/Tm}$$

(4) $P(A) = 0'5$
$P(B) = 0'3$
$P(A\cap B) = 0'1$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0'5 + 0'3 - 0'1 = \boxed{0'7}$

$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0'1}{0'3} = \boxed{\frac{1}{3}}$

$P(A/A\cap B) = \frac{P(A\cap A\cap B)}{P(A\cap B)} = \frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B)} = \frac{0'1}{0'1} = \boxed{1}$

$P(A/A\cup B) = \frac{P(A\cap(A\cup B))}{P(A\cup B)} = \frac{P((A\cap A)\cup(A\cap B))}{P(A\cup B)} = \frac{P(A)}{P(A\cup B)} = \frac{0'5}{0'7} = \boxed{\frac{5}{7}}$

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

SELECTIVIDAD JUNIO 2005 Matemáticas Aplicadas a las CCSS II Ejercicio B

EJERCICIO B

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

PROBLEMA 1. Sea $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz de los coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales y $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ la matriz de sus términos independientes. Se pide:

c) Escribir las tres ecuaciones que forman el sistema.

d) Obtener todas las soluciones del sistema.

PROBLEMA 2. Un vendedor dispone de 350000 € para invertir en dos tipos de microondas. El que dispone de más accesorios tiene un coste de 150 € y reporta un beneficio de 15 € por unidad vendida, mientras que el otro modelo sólo proporciona un beneficio de 11 € por unidad vendida y tiene un coste de 100 €. Sabiendo que sólo se pueden almacenar 3000 microondas y que no se venderán más de 2000 del modelo más caro, determinar cuántos microondas de cada clase se deben comprar para maximizar el beneficio y calcular éste.

PROBLEMA 3. Una empresa de telefonía quiere lanzar al mercado una oferta de tarifa plana de internet. Se ha realizado un estudio que determina que si la tarifa fuera de 36 € podrían conseguirse 4800 contratos. Sin embargo, por cada euro menos en la tarifa, el número de contratos previsto anteriormente se incrementaría en 150. Se pide:

c) Expresar el ingreso total previsto como una función de una variable. Explicar el significado de la variable utilizada.

d) ¿Cuál debería ser la tarifa para que la empresa obtuviera el ingreso máximo? ¿Cuál es éste y con cuántos abonados se conseguiría? Justificar que el ingreso obtenido realmente es máximo.

PROBLEMA 4. Tenemos dos bolsas de caramelos, la primera contiene 15 caramelos de naranja y 10 de limón y la segunda 20 de naranja y 25 de limón. Elegimos una de las bolsas al azar y extraemos un caramelo. Calcular:

c) La probabilidad de que el caramelo sea de naranja.

d) Si el caramelo elegido es de limón, ¿cuál es la probabilidad de que lo hayamos extraído de la segunda bolsa?

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

EXAMEN SELECTIVIDAD JUNIO 2005 EJERCICIO B

1 a) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y+z=1 \\ 2x+3y+z=1 \\ 2x+5y+z=1 \end{cases}$

b) Resolvemos por Gauss

$\longrightarrow \begin{cases} 2x+2y+z=1 \\ y = 0 \\ 3y = 0 \end{cases}$ $\begin{pmatrix} (-1)E_1+E_2=E_2' \\ (-1)E_1+E_3=E_3' \end{pmatrix}$ $\rightarrow y=0$, $y=0$ $\longrightarrow 2x+z=1$

$z = 1-2x$

Solución $\boxed{\begin{array}{l} x=\lambda \\ y=0 \\ z=1-2\lambda \end{array}}$ $(\lambda \in \mathbb{R})$

---

2 x: nº de microondas caro
y: nº de microondas barato

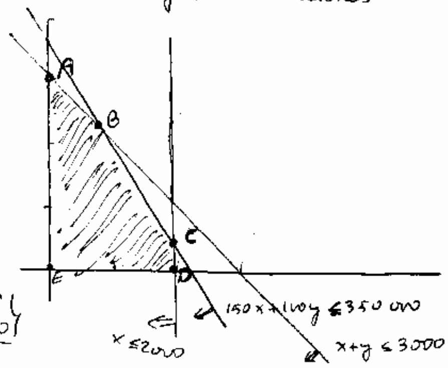
maximizar $z = 15x + 11y$. Restricciones $\begin{cases} 150x+100y \le 350\,000 \\ x+y \le 3000 \\ x \le 2000 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

$150x+100y = 350000$

x	y
0	3500
2333'$\hat{3}$	0

$x+y = 3000$

x	y
0	3000
3000	0



Los vértices de la región factible son
A(0, 3000) D(2000, 0) E(0,0)

Cálculo de B

$\begin{cases} 150x+100y=350000 \\ x+y=3000 \end{cases} \sim \begin{cases} 150x+100y=350000 \\ -100x-100y=-300000 \end{cases}$

$50x = 50\,000$

$x = 1000$

B(1000, 2000)

Cálculo de C

$x = 2000 \longrightarrow x = 2000$

$150x+100y = 350\,000 \longrightarrow 150 \cdot 2000 + 100y = 350000 \Rightarrow y = 500$

$\Rightarrow C(2000, 500)$

El beneficio en cada vértice es:

$A(0,3000) \rightarrow z = 15 \cdot 0 + 11 \cdot 3000 = 33000$ €

$D(2000,0) \rightarrow z = 15 \cdot 2000 + 11 \cdot 0 = 30000$ €

$C(2000,500) \Rightarrow z = 15 \cdot 2000 + 500 \cdot 11 = 35500$ €

$B(1000,2000) \Rightarrow z = 15 \cdot 1000 + 11 \cdot 2000 = 37000$ €

Solución: Debe fabricar 1000 microondas caros y 2000 baratos para que el beneficio sea máximo, siendo éste de 37000 €

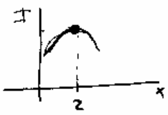
---

3 Sea x el nº de descuentos de 1 € que realiza.

a) El ingreso total es $I(x) = (36-x) \cdot (4800+150x) \Rightarrow \boxed{I(x) = -150x^2 + 600x + 172800}$

b) $I'(x) = -300x + 600$ $\quad -300x+600 = 0 \Rightarrow x = 2$

$I''(x) = -300 < 0 \Rightarrow$ Es un máximo cuando $x = 2$.

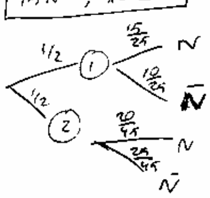


$I(2) = 34 \cdot 5100 = 173\,400$ €

Solución: la tarifa adecuada es 34 € para obtener el máximo ingreso: 173400 €. El nº de abonados sería: 5100

---

4 | 15N, 10L | | 20N, 25L |



a) $P(N) = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{25} + \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{45} = \boxed{0'5\hat{2}}$

b) $P(2/L) = \dfrac{P(2 \cap L)}{P(L)} = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot \frac{25}{45}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{25} + \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{45}} = \boxed{0'5814}$