



PROVA D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT. MATEMÀTIQUES CCSS. SETEMBRE 2002

EXERCICIA

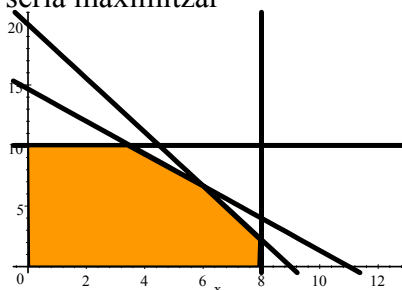
PROBLEMA 1.- En un terreny es volen cultivar dos tipus d'oliveres: A i B. No es poden cultivar més de 8 ha amb oliveres de tipus A ni més de 10 ha amb oliveres del tipus B. Cada hectàrea d'oliveres de tipus A necessita 4 m^3 d'aigua anuals i cadascuna de tipus B, 3 m^3 . Es disposa anualment de 44 m^3 d'aigua. Cada hectàrea de tipus A requereix una inversió de 500 € i cada hectàrea de tipus B, 225 €. Es disposa de 4500 € per a fer la dita inversió. Si cada hectàrea d'olivera de tipus A i B produeixen respectivament, 500 i 300 litres anuals d'oli:

- Obtenui raonadament les hectàrees de cada tipus d'olivera que s'han de plantar per tal de maximitzar la producció d'oli.
- Obtenui la producció màxima d'oli.

SOLUCIÓ.-

1.- El plantejament del problema seria maximitzar

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &= 500x + 300y \\ 4x + 3y &\leq 44 \\ 500x + 225y &\leq 4500 \\ x &\leq 8 \quad y \leq 10 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$



Resolent els sistemes derivats de les restriccions obtenim els punts de la regió factible següents :

$(0,10)$, $(8,0)$, $\left(6, \frac{20}{3}\right)$, $\left(\frac{7}{2}, 10\right)$, $\left(8, \frac{20}{9}\right)$. Substituint en la funció obtenim que $f\left(6, \frac{20}{3}\right) = 5000$ litres que correspon al màxim

PROBLEMA 2.- Obteniu de forma raonada la matriu X que verifica $A \cdot X = 2B - C$ en què:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 13 & 2 \end{pmatrix}$$

SOLUCIÓ.-

De l'equació $A \cdot X = 2B - C$ aïllant X ens queda $X = A^{-1}(2B - C)$

Calculem $2B - C = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -15 & 0 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ Per tant $X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

PROBLEMA 3.- La relació entre la temperatura de l'aire (en °F) i l'altitud h (en metres sobre el nivell del mar) és lineal per a $0 \leq h \leq 20000$. Si la temperatura a nivell del mar és de 60°F i per cada 5000 m d'altitud que es puja, la temperatura de l'aire baixa 18°F, es demana:

- Expresseu T en funció de h.
- Calculeu de forma raonada la temperatura de l'aire a una altitud de 15000 me
- Calculeu de forma raonada l'altitud a què la temperatura és de 0°F.



SOLUCIÓ.-

a) La funció serà $T = f(h) = 60 - \frac{18}{5000}h$

b) Substituint $f(15000) = 6^\circ F$

c) Per a que la temperatura siga de $0^\circ F$ resollem l'equació $0 = 60 - \frac{18}{5000}h$ que dona per a $h = 16.666,66$ m.

PROBLEMA 4.-

El 60% del alumnes de batxillerat d'un institut són xiques i el 40% són xics. La meitat dels xics llegeix assíduament la revista CÒMIC, mentre que només el 30% de les xiques la llegeix.

a) Obteniu de forma raonada la probabilitat que un alumne elegit a l'atzar llegisca aquesta revista.

b) Si un alumne elegit a l'atzar ens diu que no llegeix la revista, obteniu de forma raonada la probabilitat que siga xica.

SOLUCIÓ.-

a) Sabem que $p(\text{xica}) = 0,6$; $p(\text{xic}) = 0,4$; $p(\text{COMIC}/\text{xic}) = 0,5$; $p(\text{COMIC}/\text{xica}) = 0,3$.

Per a calcular $p(\text{COMIC})$ apliquem el teorema de la probabilitat total.

$p(\text{COMIC}) = p(\text{COMIC}/\text{xic}) \cdot p(\text{xic}) + p(\text{COMIC}/\text{xica}) \cdot p(\text{xica}) = 0,38$

b) Per a calcular $p(\text{xica}/\text{no Comic})$ apliquem el teorema de Bayes

$$p(\text{xica}/\text{no Comic}) = \frac{p(\text{no Comic}/\text{xica}) \cdot p(\text{xica})}{p(\text{no Comic}/\text{xica}) \cdot p(\text{xica}) + p(\text{no Comic}/\text{xic}) \cdot p(\text{xic})} = \frac{0,7 \cdot 0,6}{0,7 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,4} = 0,6774$$

EXERCICI B

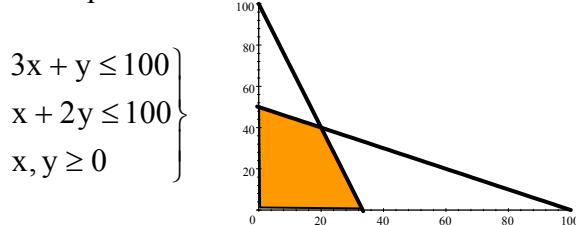
PROBLEMA 1. Una empresa fabrica dos tipus d'aparells A i B que necessiten passar pels tallers X i Y. En cadascun dels tallers es treballa 100 hores a la setmana. Cada aparell A requereix 3 hores del taller X i 1 hora del taller Y, i cada aparell B necessita 1 i 2 hores, respectivament. Cada aparell A es ven a 100 € i cada aparell B es ven a 150 €.

a) Obteniu raonadament quants aparells de cada tipus han de produir-se perquè l'ingrés per vendes siga màxim

b) Quin és l'ingrés màxim?

SOLUCIÓ.-

El plantejament del problema seria calcular el màxim de la funció: $z = 100x + 150y$, amb les restriccions:



El punt de tall de les equacions donades per les restriccions dona $x = 20$ $y = 40$ i la regió factible té per vèrtexs $(20,40)$ $(0,50)$ $(\frac{100}{3},0)$

i el màxim correspon a $f(20, 40) = 8000$ €



PROBLEMA 2. Calculeu de forma raonada l'equació de la recta paral·lela a $y = 2x - 3$ que passa pel punt d'intersecció de $y = 3x - 2$ i $3x - 2y = 1$.

SOLUCIÓ.-

Per ser paral·lela a la recta $y = 2x - 3$ tindrà el mateix pendent que és $m = 2$, per tant la recta serà de la forma $y = 2x + n$ (*). Com ha de passar pel punt d'intersecció de les rectes $y = 3x - 2$ i $3x - 2y = 1$ el calculem i dona $x = 1$ $y = 1$. Substituint-lo en l'equació (*) obtenim $n = -1$ i per tant la recta demanada serà $y = 2x - 1$

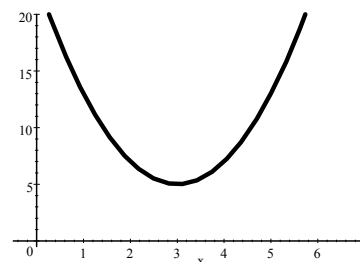
PROBLEMA 3.- Es calcula que entre les 2.000 i 5.000 revolucions per minut el consum de gasolina d'un motor és donat per la funció $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$, en que $f(x)$ indica els litres consumits en una hora i x és expressada en milers de revolucions per minut. Calculeu de forma raonada:

- Les revolucions amb què el consum del motor és mínim
- Les revolucions amb què el consum del motor es màxim i
- Aquests consums.

SOLUCIÓ.-

a) Observem que la funció donada és una paràbola convexa i per tant només tindrà un extrem que correspon a un mínim. Si derivem

$f'(x) = 4x - 12$ i igualant a 0 dona $x = 3$. Com $f''(x) = 4 > 0$, el valor calculat és mínim com ja esperàvem. El valor de la funció en aquest punt el calculem substituint-lo en la funció $f(3) = 5$, el que significa que a 3000 revolucions per minut, el consum és de 5 litres per hora.



b) Per a calcular el consum màxim haurà que estudiar els extrems absoluts. Així en $x = 2$ (2000 rev/min) $f(2) = 7$ litres i en $x = 5$ (5000 rev/min) $f(5) = 13$ litres. Per tant el consum és màxim a 5000 rev/min.

c) El consum a 3000 rev/min és $f(3) = 5$ litres i a 5000 rev/min $f(5) = 13$ litres.

PROBLEMA 4. En una bossa de caramels variats, hi ha 10 caramels amb sabor de taronja, 5 amb sabor de llima i 3 amb sabor de maduixa. Tots tenen la mateixa grandària i fins que no es trauen de la bossa no se sap de quin sabor són. S'extrauen tres caramels a l'atzar:

- Calculeu de forma raonada la probabilitat d'extraure'n primer un amb sabor de taronja, després un amb sabor de maduixa i, finalment un amb sabor de llima.
- Calculeu de forma raonada la probabilitat que siguin de tres sabors diferents.

SOLUCIÓ.-

a) T = Taronja M = Maduixa L = Llimó

$$p(T \cap M \cap L) = \frac{10}{18} \cdot \frac{5}{17} \cdot \frac{3}{16} = 0,0306372$$

b) Si els tres han de ser de sabors diferents cabria en aquest cas la possibilitat de que foren TML, TLM, MTL, MLT, LTM, LMT. És a dir, el valor anterior però multiplicat per 6 $p(\text{sabors diferents}) = 6 \cdot 0,0306372 = 0,1838235$