



Tema 6: Potències i arrel quadrada

Potències de base i exponent natural

Una **potència** és una manera abreujada d'expressar una multiplicació de factors iguals.

Per exemple, 2^4 és una potència. Es llegeix "dos elevat a quatre" i significa $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$. La **base** és 2, que és el factor que es repeteix. L'**exponent** és 4, que és el nombre de vegades que es repeteix la base.

Observa que les potències més senzilles són les que tenen com a base 1 o 10.

No s'ha de confondre 2^4 i $2 \cdot 4$.

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$2 \cdot 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

$$24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 = 24^9$$

$$24^9 = 2641807540224$$

$$1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$1^{10} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$$

$$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$$

Propietats de les potències

- Producte amb la mateixa base: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Quan es multipliquem potències de la mateixa base, es deixa la mateixa base i es sumen els exponents.

- Quocient amb la mateixa base: $a^m : a^n = a^{m-n}$

Quan es divideixen potències de la mateixa base, es deixa la mateixa base i es resten els exponents.

- Potència d'una potència: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

La potència d'una potència és una altra potència amb la mateixa base i es multipliquen els exponents.

- Producte i el mateix exponent: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

El producte de potències amb el mateix exponent, és una altra potència amb les bases multiplicades i el mateix exponent.

- Quocient i el mateix exponent: $a^n : b^n = (a : b)^n$

El quocient de potències amb el mateix exponent, és una altra potència de base el quocient de les bases i el mateix exponent.

- Exponent 0: $a^0 = 1$

Una potència d'exponent 0 val 1, excepte si la base és 0

- Exponent 1: $a^1 = a$

Una potència d'exponent 1 és igual a la base

Exemples:

$$6^3 \cdot 6^5 = 6^{3+5} = 6^8$$

$$5^8 : 5^2 = 5^{8-2} = 5^6$$

$$(4^5)^3 = 4^{5 \cdot 3} = 4^{15}$$

$$6^3 \cdot 2^3 = (6 \cdot 2)^3 = 12^3$$

$$9^5 : 3^5 = (9 : 3)^5 = 3^5$$

$$7^0 = 1$$

$$8^1 = 8$$

**ARITMÈTICA I ÀLGEBRA** Tema 6: Potències i arrel quadrada .Exercicis resolts en vídeo www.josejaime.com/videosdematematicas**EXERCICIS resolts****10.** Expressa amb una única potència:

a) $8^2 \cdot 8^5 =$

b) $7^7 \cdot 7^9 =$

c) $12^6 \cdot 12^8 =$

d) $23^{19} \cdot 23^{16} =$

Solució

a) $8^{2+5} = 8^7$

b) $7^{7+9} = 7^{16}$

c) $12^{6+8} = 12^{14}$

d) $23^{19+16} = 23^{35}$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

11. Expressa amb una única potència:

a) $5^7 : 5^3 =$

b) $9^6 : 9^2 =$

c) $13^{10} : 13^5 =$

d) $22^{18} : 22^6 =$

Solució

a) $5^{7-3} = 5^4$

b) $9^{6-2} = 9^4$

c) $13^{10-5} = 13^5$

d) $22^{18-6} = 22^{12}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

12. Expressa amb una única potència:

a) $(4^6)^2 =$

b) $(2^6)^8 =$

c) $(10^{10})^4 =$

d) $(26^{18})^5 =$

Solució

a) $4^{6 \cdot 2} = 4^{12}$

b) $2^{6 \cdot 8} = 2^{48}$

c) $10^{10 \cdot 4} = 10^{40}$

d) $26^{18 \cdot 5} = 26^{90}$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

13. Expressa amb una única potència:

a) $3^6 \cdot 4^6 =$

b) $8^7 \cdot 6^7 =$

c) $10^9 \cdot 12^9 =$

d) $20^{14} \cdot 12^{14} =$

Solució

a) $(3 \cdot 4)^6 = 12^6$

b) $(8 \cdot 6)^7 = 48^7$

c) $(10 \cdot 12)^9 = 120^9$

d) $(20 \cdot 12)^{14} = 240^{14}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

14. Expressa amb una única potència:

a) $8^5 : 4^5 =$

b) $12^7 : 3^7 =$

c) $48^9 : 8^9 =$

d) $77^{13} : 11^{13} =$

Solució

a) $(8:4)^5 = 2^5$

b) $(12:3)^7 = 4^7$

c) $(48:8)^9 = 6^9$

d) $(77:11)^{13} = 7^{13}$

$a^n : b^n = (a:b)^n$

15. Calcula:

a) $7^0 =$

b) $8^1 =$

c) $47^0 =$

d) $123^1 =$

Solució

a) 1

b) 8

c) 1

d) 123

$a^0 = 1$

$a^1 = a$

16. Calcula:

a) $1^8 =$

b) $10^4 =$

c) $1^{83} =$

d) $10^9 =$

Solució

a) 1

b) 10000

c) 1

d) 1000000000

$1^n = 1$

$10^n = \text{un } 1 \text{ i } n \text{ zeros}$

**ARITMÈTICA I ÀLGEBRA**

Tema 6: Potències i arrel quadrada .

Exercicis resolts en vídeo

www.josejaime.com/videosdematematicas**1. Potències**

- a) Calcula 2^3 , 1^5 , $0,3^2$, $\left(\frac{5}{3}\right)^3$, 7^0 , 0^4 , $(-2)^4$, -2^4 , $(-1)^5$, 10^4 , 5^{10} i l'últim amb la calculadora o amb wiris)
- b) Troba els quadrats i els poals perfectes menors de 200.
- c) Passa a notació científica els números 570400000 i 0,000021
- d) Passa a notació decimal els números i $2,7 \cdot 10^{-3}$
 $3,1402 \cdot 10^5$ e) Tenim una finca quadrada el costat de la qual mesura 23 m. Quin és el preu de venda si cada m^2 val 20 €?
- f) Calcula el volum d'un poal de 4 m d'aresta.

2. Propietats de les potències

- a) Expressa el resultat en forma d'una única potència.
 a1) $3^7 \cdot 3^2$ a2) $2^6 : 2^2$ a3) $(5^2)^3$ a4) $3^4 \cdot 2^4$ a5) $6^5 : 2^5$ a6) $(x^2)^4 \cdot x^5 : x^2$
- b) Quines expressions són certes i quines són falses?
 b1) $7^3 = 7 \cdot 3$ b2) $(-5)^3 = -5^3$ b3) $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$ b4) $(2+3)^2 = 2^2 + 3^2$ b5) $(2+3)^2 = 5^2$

3. Arrel quadrada

- a) Calcula mentalment $\sqrt{25}$, $\sqrt{0}$ i $\sqrt{-4}$
- b) Calcula l'arrel quadrada per defecte i per excés de 90. Troba-la amb la calculadora o amb wiris.
- c) Realitza les següents operacions sense calculadora
 $(3 \cdot 2^4 - (-7)^2 - 50 : 5^2) \cdot \sqrt{81} + (-1)^3 \cdot (2 \cdot \sqrt{49} + \sqrt{16 \cdot 4} : \sqrt{16})$
- d) Un terreny quadrat té $625 m^2$ d'àrea. Quin és el seu perímetre?

4. Procediment de l'arrel quadrada

- a) Troba sense calculadora $\sqrt{94864}$ i comprova el resultat
- b) Troba sense calculadora $\sqrt{697}$. Comprova que $radicand = arrel^2 + residu$. Troba $\sqrt{697}$ amb dos decimals.
- c) Un tauler de fusta de forma quadrada té una superfície de $9,242 m^2$. Calcula el que mesura cada costat arrodonint als centímetres. I si la superfície fora de $0,8649 m^2$?

5. Calcula el valor de x en cada cas:

- a) $2^x = 16$ b) $3^2 = x$ c) $x^3 = -8$ d) $x^3 = 125$ e) $\sqrt{x} = \pm 7$ f) $\sqrt{81} = x$
 g) $\sqrt{0} = x$ h) $\sqrt{x} = \pm 1$ i) $501 = 5,01 \cdot 10^x$ j) $0,02 = 2 \cdot 10^x$ k) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4^x$

6. Fes les operacions amb la calculadora i arrodonix el resultat a dos decimals $(2^3 - 3^2) \cdot (\sqrt{45} + \sqrt{44} \cdot \sqrt{43})$
7. En una poma de cases hi ha 6 cases, cada una té 6 pisos i cada pis 6 vivendes i en cada vivenda hi ha una mitjana de 6 persones. Expressa en forma de potència el número mitjà de persones que viuen en la poma i troba el dit número.
8. Alba veu una notícia en la televisió i, quan arriba a classe, en cinc minuts es el compte a 5 amics, cada un d'estos es el compte cada 5 minuts a altres 5, i així successivament. Si el centre on estudia té 750 alumnes, quant temps tarden a assabentar-se tots els alumnes del centre?
9. Es desitja tancar una finca que té forma quadrangular i l'àrea de la qual és de $5776 m^2$. Si el metre de tanca costa a 12 € quant costa tancar-la?
10. Una paret d'un bany és quadrada i té en total 144 taulellets quadrats. Si cada taulellet mesura 25 cm, quant mesura de longitud la paret?

**ARITMÈTICA I ÀLGEBRA** Tema 6: Potències i arrel quadrada .Exercicis *resolts en vídeo* www.josejaime.com/videosdematematicas

11. Escriu en forma de potència el nombre de besiaios que té cada persona, i calcula el resultat.
12. Deixem caure una pilota des d'1 m d'altura. Cada bot puja d'alt els $\frac{3}{4}$ de l'anterior. Escriu en forma de potència l'altura que aconseguirà al tercer bot, i troba el resultat.
13. Un llibre de matemàtiques mesura de grossor $1,5 \cdot 10^{-2} m$ i té 280 pàgines. Calcula el grossor de cada full en metres i notació científica.
14. Calcula en notació científica el nombre de segons que té un any bixest.
15. Un cine té el mateix nombre de files que de columnes. Venen totes les entrades per a una sessió, obtenint 675 €. Si han venut cada entrada a 3 €, quantes files té el cine?
16. Volem posar taulells en el sòl d'una habitació quadrada, i en cada costat caben 12 taulells. Si cada taulell costa 1,5 €, quant costen tots els taulells que necessitem?
17. En quines xifres pot acabar un quadrat perfecte?
18. Troba el número l'arrel del qual quadrada sencera és 27 i dóna 15 de resta.
19. Tenim una habitació quadrada de 4,5 m de costat i volem entaulellar-la amb taulells de 35 cm de costat. Quants taulells hem de comprar?
20. Per a embalar calcetins, introduïm cada parell en una caixa xicoteta de forma cúbica. Al seu torn, introduïm en caixes majors les caixes xicotetes, de manera que caben 36 caixes de calcetins en el fons d'una caixa gran i 6 caixes en cada columna. Escriu en forma de potència el nombre total de caixes de calcetins. Si cada caixa de calcetins costa 5 €, quin serà el valor de la caixa gran que conté les caixes xicotetes amb els parells de calcetins?

**ARITMÈTICA I ÀLGEBRA**

Tema 6: Potències i arrel quadrada .

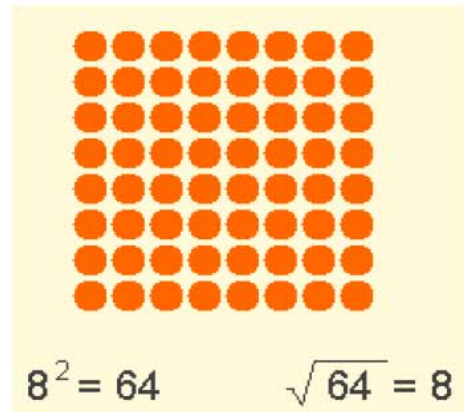
Exercicis resolts en vídeo

www.josejaime.com/videosdematematicas**Arrel quadrada exacta**

L'**arrel quadrada** és l'operació contrària a elevar al quadrat. Per exemple, l'arrel quadrada de 64 és 8 perquè $8^2=64$ i s'escriu $\sqrt{64}=8$.

El símbol $\sqrt{\quad}$ s'anomena **radical** i el nombre que està dins del radical és el **radicand**.

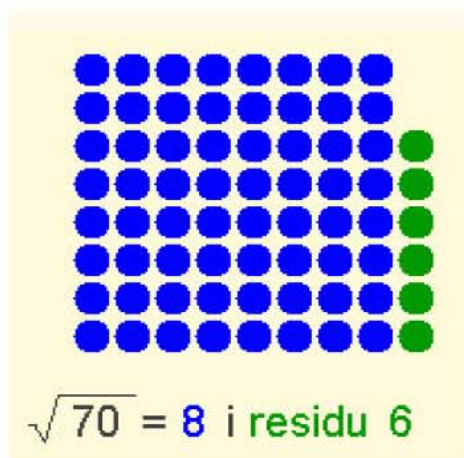
Si un nombre s'eleva al quadrat s'obté un **nombre quadrat**. Els nombres quadrats tenen una arrel quadrada exacta.

**Arrel quadrada entera**

Molts nombres no tenen arrel quadrada exacta. En aquest cas es calcula l'arrel quadrada entera i hi haurà un residu.

Per exemple, 70 no té arrel quadrada exacta perquè $8^2=64$ i $9^2=81$. L'arrel quadrada entera de 70 és 8 i el residu és $70-64=6$. $\sqrt{70}=8$ i residu 6.

Per fer arrels quadrades per tempteig buscarem nombres que en elevar-los al quadrat s'acostin al radicand.

**EXERCICIS resolts**

17. Calcula:

- a) $\sqrt{81}$ b) $\sqrt{625}$ c) $\sqrt{3600}$

Solució

- a) 9 perquè $9^2=81$
 b) 25 perquè $25^2=625$
 c) 60 perquè $60^2=3600$

18. Calcula:

- a) $\sqrt{43}$ b) $\sqrt{777}$ c) $\sqrt{2000}$

Solució

- a) $6^2=36$ i $7^2=49$. A més $43-36=7$. $\sqrt{43}=6$ i residu 7
 b) $25^2=625$ i $30^2=900$. Per tant $\sqrt{777}$ està entre 25 i 30.
 $27 \cdot 27=729$
 $28 \cdot 28=784$. L'arrel és 27.
 $777-729=48$ $\sqrt{777}=27$ i residu 48
 c) $40^2=1600$ i $50^2=2500$.
 Per tant $\sqrt{2000}$ està entre 40 i 50.
 $45 \cdot 45=2025$, $44 \cdot 44=1936$. L'arrel és 44.
 $2000-1936=64$ $\sqrt{2000}=44$ i residu 64

Taula per arrels quadrades

$1 \cdot 1=1$	$20 \cdot 20=400$
$2 \cdot 2=4$	$25 \cdot 25=625$
$3 \cdot 3=9$	$30 \cdot 30=900$
$4 \cdot 4=16$	$40 \cdot 40=1600$
$5 \cdot 5=25$	$50 \cdot 50=2500$
$6 \cdot 6=36$	$60 \cdot 60=3600$
$7 \cdot 7=49$	$70 \cdot 70=4900$
$8 \cdot 8=64$	$80 \cdot 80=6400$
$9 \cdot 9=81$	$90 \cdot 90=8100$
$10 \cdot 10=100$	$100 \cdot 100=10000$
$11 \cdot 11=121$	
$12 \cdot 12=144$	
$13 \cdot 13=169$	
$14 \cdot 14=196$	
$15 \cdot 15=225$	