

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL· LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2003 CONVOCATORIA DE JUNIO 2003

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): **d'Humanitats i Ciències Socials**
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): **de Humanidades i Ciencias Sociales**

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	Obligatòria en la via de Ciències Socials i optativa en la d'Humanitats Obligatoria en la vía de Ciencias Sociales y optativa en la de Humanidades	90 minuts 90 minutos
------------------------------	---	---	-------------------------

Barem: / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo harán TRES de los cuatro problemas.

CADA PROBLEMA SE PUNTUARÁ DE 0 A 3'3 PUNTOS. La calificación final será la suma de 0'1 más la suma de las puntuaciones de los tres problemas

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen, y se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria)

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Dada la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

obtener de forma razonada los valores de x , y , z .

PROBLEMA 2. Una compañía fabrica y vende dos modelos de lámparas A y B. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo A y 30 minutos para el modelo B; y un trabajo de máquina de 20 minutos para el modelo A y de 10 minutos para el modelo B. Se dispone para el trabajo manual de 6.000 minutos al mes y para el de máquina de 4.800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 15 € para el modelo A y de 10 € para el modelo B, planificar la producción mensual para obtener el máximo beneficio y calcular éste.

PROBLEMA 3. Se cree que el número y de unidades vendidas de un cierto producto en función de su precio en euros, x , viene dado por $y = 50 - x$, donde el precio varía entre 0 y 50 euros. Si por cada unidad vendida se obtiene un beneficio $x - 10$, determinar de forma razonada el precio x que producirá un mayor beneficio, el número de unidades vendidas y el beneficio obtenido.

PROBLEMA 4. En una pequeña ciudad hay dos bibliotecas. En la primera, el 50% de los libros son novelas mientras que en la segunda lo son el 70%. Un lector elige al azar una biblioteca siguiendo un método que implica que la probabilidad de elegir la primera biblioteca es el triple que la de elegir la segunda. Una vez llega a la biblioteca seleccionada, elige al azar un libro, novela o no.

- Calcular razonadamente la probabilidad de que elija una novela.
- Sabiendo que el libro seleccionado es una novela, obtener razonadamente la probabilidad de que haya acudido a la primera biblioteca.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL· LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

d'Humanitats i Ciències Socials
de Humanidades i Ciencias Sociales

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	Obligatòria en la via de Ciències Socials i optativa en la d'Humanitats Obligatoria en la vía de Ciencias Sociales y optativa en la de Humanidades	90 minuts 90 minutos
------------------------------	--	---	-------------------------

Barem: / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo harán TRES de los cuatro problemas.

CADA PROBLEMA SE PUNTUARÁ DE 0 A 3'3 PUNTOS. La calificación final será la suma de 0'1 más la suma de las puntuaciones de los tres problemas

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen, y se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria)

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. El 75% de los alumnos acude a clase en algún tipo de transporte y el resto andando. Llega puntual a clase el 60% de los que utilizan transporte y el 90% de los que acuden andando. Calcular de forma razonada:

- si se elige al azar uno de los alumnos que ha llegado puntual a clase, la probabilidad de que haya acudido andando, y
- si se elige un alumno al azar, la probabilidad de que no haya llegado puntual.

PROBLEMA 2. Debo tomar al menos 60 mgr de vitamina A y al menos 90 mgr de vitamina B diariamente. En la farmacia puedo adquirir dos pastillas de marcas diferentes X e Y. Cada pastilla de la marca X contiene 10 mgr de vitamina A y 15 mgr de vitamina B y cada pastilla de la marca Y contiene 10 mgr de cada vitamina. Además, no es conveniente tomar más de 8 pastillas diarias. Sabiendo que el precio de cada pastilla de la marca X es 50 céntimos de euro y que cada pastilla de marca Y cuesta 30 céntimos de euro, calcular de forma razonada:

- Cuántas pastillas diarias de cada marca debo tomar para que el coste sea mínimo, y
- Cuál es el coste mínimo.

PROBLEMA 3. Cinco amigos suelen tomar café juntos. El primer día tomaron 2 cafés, 2 cortados y un café con leche y debieron pagar 3 €. Al día siguiente tomaron un café, un cortado y tres cafés con leche, por lo que pagaron 3'25 €. El tercer día sólo acudieron cuatro de ellos y tomaron un café, dos cortados y un café con leche, ascendiendo la cuenta a 2'45 €. Calcular de forma razonada el precio del café, del cortado y del café con leche.

PROBLEMA 4. Descomponer de forma razonada el número 90 en dos sumandos tales que el resultado de sumar el cuadrado del primero y el doble del cuadrado del segundo sea mínimo.



SOLUCIONES PRUEBA DE SELECTIVIDAD JUNIO 2003 EJERCICIO A
 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

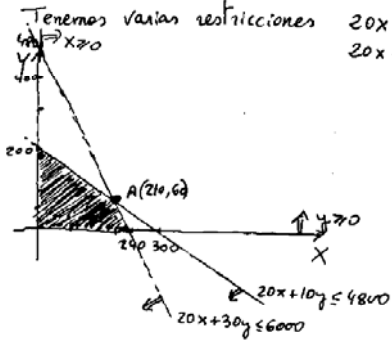
1)
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3x-2y \\ -2x+y \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3x-2y+x = -10 \\ -2x+y+y = 6 \\ y+z = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} 4x-2y = -10 \\ -2x+2y = 6 \\ y+z = 3 \end{cases}$$

De las 2 primeras ecuaciones $\begin{cases} 4x-2y = -10 \\ -2x+2y = 6 \end{cases} \rightarrow -2(-2)+2y = 6 \rightarrow 4+2y = 6 \rightarrow 2y = 2 \rightarrow y = 1$

De la 3ª ecuación $y+z = 3 \rightarrow z = 2$

Solución: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$

2) Debemos maximizar el beneficio $f(x,y) = 15x + 10y$ siendo $x = "n^{\circ}$ de unidades de lámparas A"



Tenemos varias restricciones $\begin{cases} 20x+30y \leq 6000 \\ 20x+10y \leq 4800 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$\begin{array}{r} 20x+30y = 6000 \\ \times 1 \\ \hline 0 \quad 200 \\ 300 \quad 0 \end{array}$

$\begin{array}{r} 20x+10y = 4800 \\ \times 3 \\ \hline 0 \quad 480 \\ 240 \quad 0 \end{array}$

El vértice A es el punto de corte de $\begin{cases} 20x+10y = 4800 \\ 20x+30y = 6000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20x+10y = 4800 \\ 20x+30y = 6000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20y = 1200 \\ y = 60 \\ x = 210 \end{cases}$

El beneficio en cada uno de los 4 vértices es:

$\begin{cases} f(0,0) = 0 \\ f(240,0) = 15 \cdot 240 = 3600 \\ f(210,60) = 15 \cdot 210 + 10 \cdot 60 = 3750 \\ f(0,200) = 10 \cdot 200 = 2000 \end{cases}$

El máximo beneficio es 3750 €, cuando fabrica 210 lámparas A y 60 lámparas B

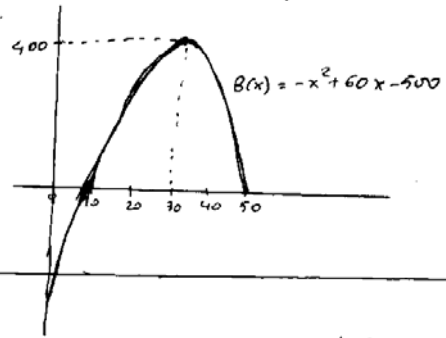
3) $y = "unidades vendidas"$
 $x = "precio en euros"$

$y = 50 - x \quad (0 \leq x \leq 50)$

El beneficio por unidad es $x - 10$, luego el beneficio total en función de x es $B(x) = (50-x) \cdot (x-10)$ siendo $0 \leq x \leq 50$

$\begin{cases} B(x) = -x^2 + 60x - 500 \quad (0 \leq x \leq 50) \\ B'(x) = -2x + 60 \quad -2x + 60 = 0 \\ B''(x) = -2 \quad x = 30 \end{cases}$

El vértice de la parábola $B(x) = -x^2 + 60x - 500$ es el punto $(30, 400)$.
 $B(30) = (50-30)(30-10) = 400$.
 La parábola es:



El precio que maximiza el beneficio es $x = 30$ €, siendo la producción de $y = 50 - 30 = 20$ unidades, y el beneficio $(50-30) \cdot (30-10) = 400$ €

4) En la 1ª biblioteca $P(\text{elegir novela}) = \frac{50}{100}$

En la 2ª biblioteca $P(\text{elegir novela}) = \frac{70}{100}$

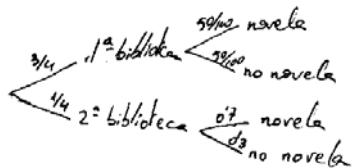
$P(\text{elegir la 1ª biblioteca}) = \frac{3}{4}$
 $P(\text{elegir la 2ª biblioteca}) = \frac{1}{4}$ (observa que las probabilidades suman 1 y es una el triple de la otra)

a) $P(\text{elija una novela}) = P(1ª \text{ bibl.}) \cdot P(\text{elg. novela} / 1ª \text{ bibl.}) + P(2ª \text{ bibl.}) \cdot P(\text{elg. novela} / 2ª \text{ bibl.})$

Prob. Total $\rightarrow = \frac{3}{4} \cdot \frac{50}{100} + \frac{1}{4} \cdot \frac{70}{100} = 0.55$

b) $P(1ª \text{ bibl.} / \text{novela}) = \frac{P(1ª \text{ bibl., novela})}{P(\text{novela})} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{50}{100}}{\frac{3}{4} \cdot \frac{50}{100} + \frac{1}{4} \cdot \frac{70}{100}} = \frac{150}{150 + 70} = \frac{150}{220} = \frac{15}{22} \approx 0.681$

Te puede ayudar el diagrama





PRUEBA DE SELECTIVIDAD JUNIO 2003 EJERCICIO B
 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

①

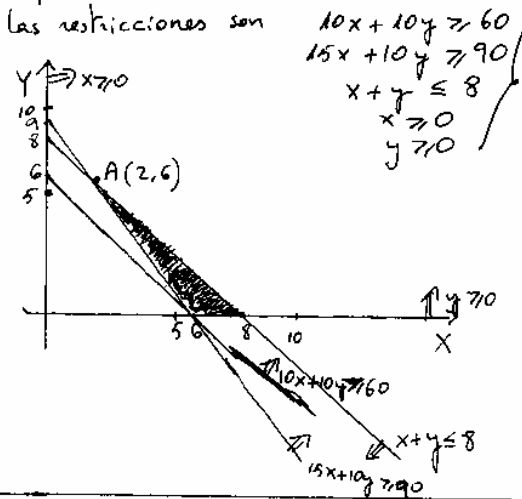
0,75	transporte	0,6	puntual
		0,4	no puntual
0,25	andando	0,9	puntual
		0,1	no puntual

a) $P(\text{andando/puntual}) = \frac{P(\text{andando, puntual})}{P(\text{puntual})} = \frac{0,25 \cdot 0,9}{0,75 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,9} = \frac{1}{3}$

T.S. de Bayes

b) $P(\text{no llegar puntual}) = 0,75 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,1 = 0,325$

② x: "n" de pastillas de la marca X
 y: "n" de pastillas de la marca Y. Debemos minimizar el coste $f(x,y) = 50x + 30y$



El vértice B es $\begin{cases} 15x + 10y = 90 \\ x + y = 8 \end{cases} \sim \begin{cases} 15x + y = 9 \\ x + y = 8 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 15x + y = 9 \\ -x + y = 8 \\ \hline 16x = 1 \\ x = 0,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15x + y = 9 \\ x + y = 8 \\ \hline 14x = 1 \\ x = 0,07 \end{array}$$

El coste en cada vértice de la región factible es:

$$\begin{aligned} f(6,0) &= 50 \cdot 6 = 300 \\ f(8,0) &= 50 \cdot 8 = 400 \\ f(2,6) &= 50 \cdot 2 + 30 \cdot 6 = 280 \end{aligned}$$

Solución

a) Debe tomar 2 pastillas X y 6 pastillas Y

b) El coste mínimo es 280 €

③ x: "precio del café"
 y: "precio del cortado"
 z: "precio del café con leche"

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 3 \\ x + y + 3z = 3,25 \\ x + 2y + z = 2,45 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x = 0,55 \text{ €} \\ y = 0,60 \text{ €} \\ z = 0,70 \text{ €} \end{cases}$

④ Hallar x e y tales que $x+y=90$ y es $f(x,y) = x^2 + 2y^2$ mínimo

Es $y=90-x$ y por tanto debemos hacer mínimo $f(x) = x^2 + 2(90-x)^2 \Rightarrow f(x) = x^2 + 2(8100 - 180x + x^2)$

$$\Rightarrow f(x) = 3x^2 - 360x + 16200$$

Cuando $x=60$ es $\begin{cases} f'(60) = 0 \\ f''(60) > 0 \end{cases} \Rightarrow$ En $x=60$ la función tiene un mínimo

$f'(x) = 6x - 360 \Rightarrow 6x - 360 = 0 \Rightarrow x = 60$

$f''(x) = 6 > 0$

Solución: Los números deben ser 60 y 30