2n Exercici 2º. Ejercicio	**MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS** MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	**Obligatòria en la via de Ciències Socials i optativa en la d'Humanitats** Obligatoria en la vía de Ciencias Sociales y optativa en la de Humanidades	**90 minuts** 90 minutos

Barem: / Baremo: **Se eligirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que SÓLO se harán TRES de los cuatro problemas. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria)

EJERCICIO A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

PROBLEMA 1. Obtener la matriz X que verifica

$$AX - B = 3X\,,$$

siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

PROBLEMA 2. Un fabricante produce en dos talleres tres modelos distintos de archivadores, el A, el B y el C. Se ha comprometido a entregar 12 archivadores del modelo A, 8 del B y 24 del C. Al fabricante le cuesta 720 € al día el funcionamiento del primer taller y 960 € el del segundo. El primer taller produce diariamente 4 archivadores del modelo A, 2 del B y 4 del C, mientras que el segundo produce 2, 2 y 12 archivadores, respectivamente ¿Cuántos días debe trabajar cada taller para, cumpliendo el contrato, conseguir reducir al máximo los costes de funcionamiento? ¿Cuál es el valor de dicho coste? ¿Quedaría algún excedente de algún producto en los talleres? En caso afirmativo, determinar cuánto.

PROBLEMA 3. Un restaurante abre a las 8 de la noche y cierra cuando todos los clientes se han ido. La función $C(t) = 60t - 10t^2$ representa el número de clientes que hay en el restaurante en función del número de horas t que lleva abierto el establecimiento. Se pide:

a) Determinar el número máximo de clientes que van una determinada noche al restaurante. Justificar que es un máximo.

b) Si deseamos ir al restaurante cuando haya al menos 50 personas y no más de 80, ¿entre qué horas tendríamos que ir?

PROBLEMA 4. Se ha realizado una encuesta a un grupo de estudiantes de informática. Entre sus conclusiones está que un 40% ha recibido algún curso de *LINUX*. Además, el 20% de aquellos que recibieron algún curso de *LINUX* tienen ordenador en casa. Si un 10% de estudiantes de informática tienen ordenador en casa y no han recibido ningún curso de *LINUX*, calcular:

a) La probabilidad de que un estudiante de informática tenga ordenador en casa y haya recibido un curso de *LINUX*.

b) La probabilidad de que un estudiante de informática tenga ordenador en casa.

c) Si un estudiante de informática tiene ordenador en casa, la probabilidad de que haya recibido un curso de *LINUX*.

2n Exercici 2º. Ejercicio	**MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS** MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	**Obligatòria en la via de Ciències Socials i optativa en la d'Humanitats** Obligatoria en la vía de Ciencias Sociales y optativa en la de Humanidades	**90 minuts** 90 minutos

Barem: / Baremo: **Se eligirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que SÓLO se harán TRES de los cuatro problemas. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria)

EJERCICIO B

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

PROBLEMA 1. Dos hijos deciden hacer un regalo de 100 € a su madre. Como no tienen suficiente dinero, cuentan con la ayuda de su padre, decidiendo pagar el regalo de la siguiente forma: el padre paga el triple de lo que pagan los dos hijos juntos y, por cada 2 € que paga el hermano menor, el mayor paga 3€ ¿Cuánto dinero ha de poner cada uno?

PROBLEMA 2. Calcular los puntos de la región definida por

$$\begin{aligned} x + y &\geq 6 \\ 2x + y &\leq 15 \\ 3 \leq x &\leq 6 \\ 2 \leq y &\leq 5 \end{aligned}$$

donde la función $z = 3x + 2y$ alcanza los valores máximo y mínimo. Calcular dichos valores.

PROBLEMA 3. Se quiere imprimir un cartel anunciador rectangular que debe contener 18 cm^2 de texto impreso (también rectangular). Los márgenes superior e inferior deben ser de 2 cm cada uno, mientras que los laterales deben ser de 1 cm. Calcular las dimensiones del cartel para que el gasto de papel sea mínimo y justificar que dicho gasto es realmente mínimo.

PROBLEMA 4. En una población hay el doble de mujeres que de hombres. El 25 % de las mujeres son rubias y el 10 % de los hombres también son rubios. Calcular:

a) Si se elige al azar una persona y resulta ser rubia, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea hombre y no sea rubio?

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

SOLUCIONES PRUEBA DE SELECTIVIDAD SEPTIEMBRE 2004 EJERCICIO A
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

1) $AX - B = 3X \Rightarrow (A-3I)X = B \Rightarrow X = (A-3I)^{-1}\cdot B = \frac{1}{-5}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&2&-3\\9&4&-6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix} = -\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}2\\-9\\-28\end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix}-2/5\\9/5\\28/5\end{pmatrix}}$

$A-3I = \begin{pmatrix}3&2&-1\\3&0&1\\2&1&3\end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0&2&-1\\3&-3&1\\2&1&0\end{pmatrix}$

Calculemos su inversa:

$\begin{vmatrix}0&2&-1\\3&-3&1\\2&1&0\end{vmatrix} = 4-3-6=-5$ $\quad Adj\begin{pmatrix}0&3&2\\2&-3&1\\-1&1&0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&2&-3\\9&4&-6\end{pmatrix} \Rightarrow (A-3I)^{-1} = \frac{1}{-5}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&2&-3\\9&4&-6\end{pmatrix}$

---

2) x: "nº de días que trabaja el 1er taller"
y: "nº de días que trabaja el 2º taller"

Minimizar coste diario $f(x,y) = 720x + 960y$

Restricciones
$$\begin{cases}4x+2y \geq 12\\ 2x+2y \geq 8\\ 4x+12y \geq 24\\ x\geq 0\\ y \geq 0\end{cases}$$

$4x+2y=12$

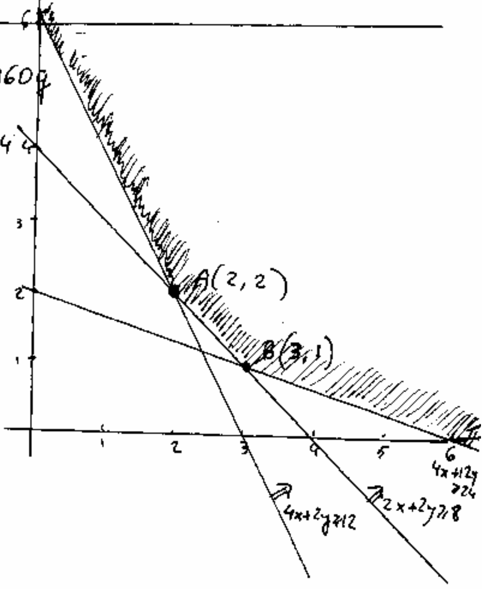
x	y
0	6
3	0

$2x+2y=8$

x	y
0	4
4	0

$4x+12y=24$

x	y
0	2
6	0



El vértice A
$$\begin{array}{l}4x+2y=12\\ \underline{2x+2y=8}\\ 2x=4\\ x=2\end{array} \longrightarrow 2\cdot 2+2y=8,\ y=2 \quad A(2,2)$$

El vértice B
$$\begin{array}{l}2x+2y=8\\ 4x+12y=24\end{array} \sim \begin{array}{l}2x+2y=8\\ \underline{2x+6y=12}\\ 4y=4\\ y=1\end{array} \longrightarrow 2x+2\cdot 1=8,\ x=3 \quad B(3,1)$$

El coste en cada vértice de la región factible no acotada es

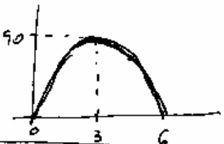
$f(6,0) = 720\cdot 6 = 4320$
$f(3,1) = 720\cdot 3+960\cdot 1 = 3120$
$f(2,2) = 720\cdot 2+960\cdot 2 = 3360$
$f(0,6) = 960\cdot 6 = 5760$

Solución: Debe trabajar 3 días en el 1er taller y 1 día en el 2º para que el coste sea mínimo, siendo de 3120 €/día. Del producto A fabricaría $4\cdot 3+2\cdot 1=14$ unidades, luego quedarían 2 archivadores A en los talleres.

---

3) $c(t) = 60t - 10t^2$. Representamos la función

$c'(t) = 60-20t \qquad 60-20t=0$
$c''(t) = -20 < 0 \qquad t=3$

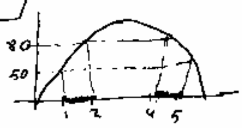


$C(3) = 60\cdot 3 - 10\cdot 3^2 = 90$

a) Para $t=3$ es $\left.\begin{array}{l}c'(3)=0\\ c''(3)=-20<0\end{array}\right\} \Rightarrow$ Cuando $t=3$, es decir, a las 11 de la noche, el nº de clientes es máximo, siendo entonces de 90 clientes.

b) $60t-10t^2=50 \rightarrow 10t^2-60t+50=0 \rightarrow t^2-6t+5=0 \rightarrow t=\frac{6\pm\sqrt{36-20}}{2} = \frac{6\pm 4}{2} = \begin{cases}1\\5\end{cases}$

$60t-10t^2=80 \rightarrow 10t^2-60t+80=0 \rightarrow t^2-6t+8=0 \rightarrow t=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2} = \frac{6\pm 2}{2} = \begin{cases}2\\4\end{cases}$



Solución: Debe ir entre las 9 y 10 de la noche o entre las 12 y la 1 de la madrugada

---

4)

0'4 Linux — 0'2 tienen ordenador; 0'8 no tienen ordenador
0'6 no Linux — p tienen ordenador; 1-p no tienen ordenador

Sabemos que $P(\text{no linux, tienen ordenador}) = 0'1 \Rightarrow 0'6\cdot p = 0'1 \Rightarrow p = \frac{1}{6}$

a) $P(\text{linux, ordenador en casa}) = 0'4\cdot 0'2 = \boxed{0'08}$

b) $P(\text{tiene ordenador}) \underset{\text{prob Total}}{=} 0'4\cdot 0'2 + 0'6\cdot\frac{1}{6} = \boxed{0'18}$

c) $P\left(\text{linux}/\text{tiene ord}\right) = \frac{P(\text{linux, tiene ord})}{P(\text{tiene ord.})} = \frac{0'4\cdot 0'2}{0'4\cdot 0'2+0'6\cdot\frac{1}{6}} = \boxed{0'4}$

José Jaime Mas Bonmatí E-Mail: josejaime@ieslaasuncion.org
I.E.S. La Asunción Departamento de Matemáticas
http://www.ieslaasuncion.org

SOLUCIONES PRUEBA DE SELECTIVIDAD · SEPTIEMBRE 2004 EJERCICIO B

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

(1) x: "dinero que paga el padre"
y: "dinero que paga el hermano mayor"
z: "dinero que paga el hermano menor"

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=100 \\ x=3(y+z) \\ 2\cdot y=3\cdot z \end{array}\right\} \sim \left.\begin{array}{l} (-1)\ x+y+z=100 \\ x-3y-3z=0 \\ 2y-3z=0 \end{array}\right\} \sim$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=100 \\ (2)\ -4y-4z=-100 \\ 2y-3z=0 \end{array}\right\} \sim \begin{array}{l} x+y+z=100 \longrightarrow x+15+10=100 \Rightarrow x=75 \\ 2y-3z=0 \longrightarrow 2y-3\cdot 10=0 \Rightarrow y=15 \\ -10z=-100 \longrightarrow z=10 \end{array}$$

Sol: $\boxed{\begin{array}{l} x=75\ € \text{ el padre} \\ y=15\ € \text{ el her. mayor} \\ z=10\ € \text{ el her. menor} \end{array}}$

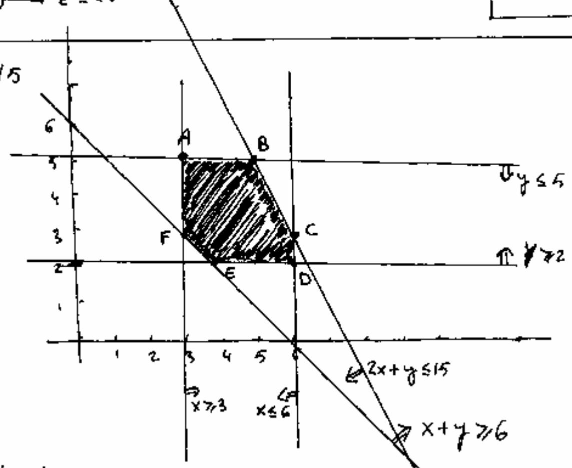
(2) $\left.\begin{array}{l} x+y\geq 6 \\ 2x+y\leq 15 \\ 3\leq x\leq 6 \\ 2\leq y\leq 5 \end{array}\right\}$

$x+y=6$

x	y
0	6
6	0

$2x+y=15$

x	y
0	15
7'5	0
6	3
3	9



Hay 6 vértices:

A(3,5)

$B \rightarrow \begin{array}{l} y=5 \\ 2x+y=15 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} y=5 \\ x=5 \end{array}$ B(5,5)

$C \rightarrow \begin{array}{l} x=6 \\ 2x+y=15 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x=6 \\ y=3 \end{array}$ C(6,3)

D(6,2)

$E \rightarrow \begin{array}{l} y=2 \\ x+y=6 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} y=2 \\ x=4 \end{array}$ E(4,2)

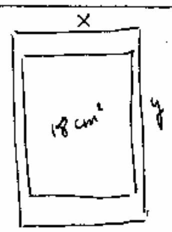
$F \rightarrow \begin{array}{l} x=3 \\ x+y=6 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x=3 \\ y=3 \end{array}$ F(3,3)

Calculemos el valor de $z=3x+2y$ en cada uno de los 6 vértices

$A(3,5) \longrightarrow z=3\cdot 3+2\cdot 5=19$
$B(5,5) \longrightarrow z=3\cdot 5+2\cdot 5=25$
$C(6,3) \longrightarrow z=3\cdot 6+2\cdot 3=24$
$D(6,2) \longrightarrow z=3\cdot 6+2\cdot 2=22$
$E(4,2) \longrightarrow z=3\cdot 4+2\cdot 2=16$
$F(3,3) \longrightarrow z=3\cdot 3+2\cdot 3=15$

Sol: El máximo es 25 y se obtiene en el punto B(5,5)
El mínimo es 15 y se obtiene en el punto F(3,3)

(3)



Minimizar $f(x,y)=x\cdot y$ con la restricción $(y-4)\cdot(x-2)=18 \Rightarrow y=\frac{18}{x-2}+4$

$f(x)=x\cdot\left(\frac{18}{x-2}+4\right) \Rightarrow f(x)=\frac{18x}{x-2}+4x$

$f'(x)=\frac{18(x-2)-18x}{(x-2)^2}+4=\frac{-36}{(x-2)^2}+4 \Longrightarrow \frac{-36}{(x-2)^2}+4=0 \Longrightarrow -36+4(x-2)^2=0$

$\Longrightarrow -36+4(x^2-4x+4)=0 \Longrightarrow 4x^2-16x-20=0 \Rightarrow x^2-4x-5=0$

$x=\frac{4\pm\sqrt{16+4\cdot 5}}{2}=\frac{4\pm 6}{2}=\begin{cases} 5 \\ -1 \text{ (no válida)} \end{cases}$

Si estudiamos el comportamiento de $f'(x)$ alrededor de $x=5$ observamos que

$\underset{5}{\overset{f'(x)<0 \quad f'(x)>0}{\longrightarrow}}$

$f'(4)=\frac{-36}{(4-2)^2}+4=\frac{-36}{4}+4=-5<0$

$f'(6)=\frac{-36}{(6-2)^2}+4=\frac{-36}{16}+4>0$

luego en $x=5$ es $f(x)$ mínimo.

Solución $\boxed{\begin{array}{l} x=5 \text{ cm} \\ y=\frac{18}{5-2}+4=10 \text{ cm} \end{array}}$

(4)

2/3 mujer — 0'25 rubia / 0'75 no rubia
1/3 hombre — 0'10 rubia / 0'9 no rubia

a) $P(\text{mujer}/\text{rubia})=\frac{P(\text{mujer, rubia})}{P(\text{rubia})}=\frac{\frac{2}{3}\cdot 0'25}{\frac{2}{3}\cdot 0'25+\frac{1}{3}\cdot 0'1}=\boxed{0'8\overset{\frown}{3}}$

T^a de Bayes

b) $P(\text{hombre, no rubio})=\frac{1}{3}\cdot 0'9=\boxed{0'3}$